ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 NOVEMBRE 1934.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BOREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Au lendemain de notre dernière séance, nous apprenions la mort de l'Amiral **Fournier** qui, depuis la disparition du Général Sebert, était notre doyen d'âge. Il était né à Toulouse le 23 mai 1842, était entré à l'École navale en 1859, et appartenait donc à notre Marine nationale depuis trois quarts de siècle.

Votre Bureau, accompagné d'une nombreuse délégation, a assisté samedi à ses obsèques. Dans la grande cour des Invalides, avant le défilé des troupes, le Général Bourgeois, au nom de l'Académie des Sciences et du Bureau des Longitudes, et M. Pietri, ministre de la Marine, au nom du Gouvernement, ont rendu hommage au savant et au marin, et retracé sa magnifique existence.

Je voudrais à mon tour m'incliner devant cette noble figure et rappeler les éminents services que l'Amiral Fournier a rendus à la Science et à la Patrie.

Au cours de sa longue carrière d'officier de marine, il ne se contenta pas de servir avec distinction et avec éclat à tous les postes qu'il occupa successivement, soit dans les campagnes de Chine, soit pendant la guerre de 1870, soit à la tête de nos escadres. Il eut en outre l'occasion de faire preuve de talents diplomatiques qui rendirent dans de difficiles négociations des services qui ne seront pas oubliés.

En même temps, il s'attachait à l'étude des problèmes scientifiques les plus importants qui se posent à propos de la navigation; problème des déviations du compas, recherches sur les typhons, si dangereux dans les mers d'Extrême-Orient, recherches enfin sur la navigation à travers la brume, qu'il poursuivit presque jusqu'à son dernier jour.

Cette belle carrière est un magnifique exemple des résultats que peut produire l'association, dans un même homme, des qualités intellectuelles et des vertus de l'action. L'âge et la maladie avaient empêché depuis quelques années l'Amiral Fournier de participer à nos travaux; nous n'avons pas cependant oublié les qualités exceptionnelles de cet aimable Confrère, auprès duquel on était toujours sûr de recevoir le meilleur accueil et les conseils les plus précieux.

Nous adressons à ses enfants et petits-enfants l'expression de nos condoléances attristées et l'assurance que le souvenir de l'Amiral Fournier restera aussi vivace parmi ses Confrères de l'Académie que parmi ceux qui, dans notre Marine nationale, s'inspirent de ses traditions et de son exemple.

NÉCROLOGIE. — *Notice sur le R. P.* Berloty, par M. Georges Perrier.

Bonaventure Berloty naquit à Lyon le 25 mars 1856. Entré dans l'Ordre des Jésuites, il s'est occupé de science pendant toute sa vie. Docteur ès Sciences de la Faculté de Paris en 1886, Professeur aux Facultés libres d'Angers et de Lyon, ayant travaillé longtemps dans les Observatoires des Pères Jésuites à Stonyhurst en Angleterre et à Tortosa en Espagne, il avait déjà effectué d'importantes études sur le Soleil et sur la Séismologie, observant à Tortosa l'éclipse de Soleil de 1905, lorsqu'il fut envoyé en 1907 en Syrie, où les Jésuites possèdent d'importants établissements.

Il créa à Ksara, sur le bord occidental de la Bekaa, plateau qui sépare le Liban de l'Anti-Liban, et non loin de la route de Beyrouth à Damas, un Observatoire d'Astronomie et de Géophysique, en tirant le meilleur parti possible des maigres ressources dont il disposait, s'improvisant architecte, surveillant des travaux, et construisant ainsi une salle méridienne, des pavillons de Magnétisme, de Météorologie et de Séismologie.

Pour trouver les ressources indispensables à cette œuvre, le R. P. Berloty fit alors de fréquents voyages en Europe, en visitant les Observatoires les plus importants d'Astronomie et de Géophysique. Mais en 1914, survint la

guerre. Sitôt après l'entrée de la Turquie dans la grande lutte, les Pères Jésuites furent expulsés de Syrie. Si, jusqu'en 1918, aucun dégât ne fut commis à l'Observatoire de Ksara, la courte période qui s'écoula sur la fin des hostilités, entre la retraite des Turco-Allemands et l'arrivée des troupes britanniques, lui fut fatale. Il fut pillé par la lie des populations voisines livrée à elle-même, qui vola ou détériora d'une façon irrémédiable la plupart des instruments.

Revenu en Syrie, le R. P. Berloty, avec un beau courage, se remit au travail, et avec l'aide de son adjoint, le R. P. Combier, parvint à reconstituer tout ce qui avait été détruit, grâce à divers subsides, notamment à ceux donnés par l'Académie des Sciences sur le fonds Loutreuil.

A partir de 1920, les R. P. Berloty et Combier furent intimement associés aux opérations géodésiques et astronomiques entreprises par le Service géographique de l'Armée pour constituer le canevas de la Carte régulière du Levant.

En octobre 1920, ils prirent part à la mesure de la base primordiale de La Bekaa, rendant à la Mission du Lieutenant-Colonel Perrier les mêmes services que lui auraient prêtés deux officiers géodésiens de plus. Ksara devint alors un point géodésique de premier ordre et station astronomique de départ pour la triangulation syrienne.

En 1923, les R. P. Berloty et Combier prirent encore part à la mesure de la base de Bab, près d'Alep, dirigée par le Capitaine Govin.

Entre temps, des observations de gravité étaient exécutées à Ksara et à Bab. La comparaison des observations astronomiques et des observations géodésiques, ainsi que ces mesures de gravité, mettaient en évidence dans la région de Zahlé d'intéressantes anomalies, d'où l'on pourra déduire des conséquences importantes sur la nature du sous-sol. Le R. P. Berloty s'appliqua particulièrement à les étudier et poursuivit à cet effet des mesures d'azimuts par des méthodes nouvelles.

En même temps, il développait considérablement le Service météorologique de l'Observatoire. Les résultats obtenus conduisirent le Haut-Commissariat français à donner une consécration officielle à l'organisation météorologique de Ksara, en choisissant ce point comme centre du Service météorologique de Syrie, et en chargeant le R. P. Berloty d'établir les postes secondaires dans la région et de diffuser les renseignements météorologiques dans tout le Levant.

Le R. P. Berloty fut élu Correspondant de l'Académie des Sciences pour la Section de Géographie et de Navigation le 7 juillet 1924. Ayant

pris sa retraite, remplacé comme Directeur de l'Observatoire de Ksara par le R. P. Combier, mais resté attaché à l'Observatoire, il prit encore part comme observateur à Ksara à la seconde Opération internationale des Longitudes de 1933. Les documents qu'il a laissés permettront de fixer définitivement la longitude de Ksara.

Ainsi le R. P. Berloty a réalisé en Syrie, par la création de son Observatoire et par ses travaux personnels, une grande œuvre scientifique qui contribue largement là-bas au développement de l'influence française et au rayonnement de notre pays.

Atteint l'année dernière d'un mal cruel qui nécessita une opération, il n'en continua pas moins ses travaux avec un courage admirable. Il s'est éteint doucement, le 10 octobre dernier, par généralisation du mal qui avait gagné tout l'organisme depuis quelques mois, gardant sa lucidité jusqu'au bout, ainsi que sa patience et sa bonne humeur, mourant sans agonie, en récitant les prières des agonisants, calme et joyeux comme toujours. Une belle mort après une vie de travail acharné.

M. le Secrétaire perpétuel dépose sur le bureau le tome III des *Œuvres de* Henri Poincaré, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences, tome publié avec la collaboration de M. Jules Drach.

HYDRAULIQUE. — *Contribution à l'étude sur modèles réduits des affouillements.* Note (¹) de MM. **Charles Camichel** et **Léopold Escande.**

Les éléments constituant le lit d'un cours d'eau sont soumis, indépendamment de la pesanteur et des forces hydrodynamiques, à d'autres forces complexes provenant de la constitution du lit.

La force hydrodynamique agissant sur un grain isolé peut être représentée par une expression de la forme

$$F = \rho S V^2 \varphi(\mathcal{R}), \tag{1}$$

ρ désignant la densité de l'eau, V la vitesse d'attaque, S une surface caractéristique du grain, $\mathcal{R}$ le nombre de Reynolds; $\mathcal{R} = VD/\nu$ (D étant une dimension linéaire caractérisant le grain) et φ une fonction dépendant uniquement de la forme du grain considéré.

(¹) Séance du 29 octobre 1934.

Nous avons montré, dans le cas des ouvrages hydrauliques, que cette fonction φ est décroissante pour les petites valeurs de $\mathcal{R}$ et devient constante au delà d'une certaine valeur de $\mathcal{R}$ caractérisant le seuil (¹).

Dans la Note actuelle, nous envisageons seulement les forces auxquelles sont soumis les éléments désagrégés et entraînés, c'est-à-dire la pesanteur et les forces hydrodynamiques, en laissant de côté les autres forces en raison de l'impossibilité d'en tenir rationnellement compte.

Considérons donc isolément un élément qui sera, selon les cas, un bloc de rocher, un galet, un grain de gravier ou de sable et supposons, pour simplifier, qu'il s'agisse du grain type, représentant comme grosseur et comme forme, l'élément constitutif moyen du fond du lit; en désignant par d_1 son poids spécifique, W_1 son volume, P_1 son poids, les autres quantités ayant le même sens que dans la formule (1), les lettres étant simplement affectées de l'indice 1, on a les relations :

$$P_1 = d_1 W_1, \qquad F_1 = \rho S_1 V_1^2 \varphi(\mathcal{R}_1), \qquad \mathcal{R}_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu}.$$

Proposons-nous de trouver, dans le cas le plus simple d'un mouvement à surface libre réduit dans le rapport de similitude géométrique λ, quel doit être le matériau constitutif à utiliser dans le modèle réduit; la condition de similitude se traduit évidemment par la réduction dans le même rapport du poids de l'élément constitutif du matériau caractérisant le modèle réduit, d'une part, et de la force hydrodynamique qui s'exerce sur lui, d'autre part.

Dans le cas le plus général, comme nous le verrons, on sera obligé d'utiliser, dans le modèle réduit, un matériau affouillable dont la grosseur sera K fois plus forte que celle qui correspondrait à la similitude géométrique dans le rapport λ.

Nous supposons que ce matériau a une forme géométrique semblable à celle du matériau constituant le fond du lit (²) et que le choix de K est fait de telle sorte que la substitution de λ/K à λ ne modifie pas la similitude de Reech en ce qui concerne l'écoulement proprement dit. En caractérisant les forces qui vont agir sur lui dans le modèle réduit par l'indice 2,

---

(¹) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 881; **191**, 1930, p. 750; **192**, 1931, p. 825; **195**, 1932, p. 473; **198**, 1934, p. 1001.

(²) Dans le cas où il n'en serait pas ainsi, les fonctions $\varphi(R)$ seraient distinctes pour l'ouvrage et pour le modèle, et les conclusions seraient à modifier en conséquence.

et en tenant compte de la relation $V_1 = V_2\sqrt{\lambda}$, on a

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_1}{d_2}\frac{\lambda^3}{K^3}, \qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\lambda^3}{K^2}\frac{\varphi(\mathcal{R}_1)}{\varphi(\mathcal{R}_2)} \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_2} = \frac{\lambda^{3/2}}{K},$$

ce qui impose la condition de similitude

$$\frac{d_1}{d_2} = K\frac{\varphi(\mathcal{R}_1)}{\varphi(\mathcal{R}_2)}. \tag{2}$$

D'après cette relation, la similitude ne sera possible, en utilisant dans le modèle un matériau de même densité réduit dans le rapport λ, que dans des cas exceptionnels, tels que : études d'enrochements, ou encore lit constitué de gros blocs dans un courant rapide. En effet, si le grain type du lit naturel est petit, la réduction géométrique dans le rapport λ correspondrait, pour le modèle, à une poudre impalpable dont l'emploi serait impossible. Même lorsque l'application de cette règle conduirait à adopter pour le modèle un sable d'une finesse réalisable, l'emploi de ce sable ne pourrait être envisagé par suite du phénomène de la production des dunes; ces dunes, d'autant plus accentuées que le sable est plus fin, modifient profondément le relief du modèle et altèrent nettement la réalisation de la similitude.

Supposons enfin que la réduction géométrique dans le rapport λ conduise à des matériaux tels que les dunes de sable ne se produisent pas dans le modèle; la condition de similitude (2) dans laquelle il faudrait faire $K = 1$, devient

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\varphi(\mathcal{R}_1)}{\varphi(\mathcal{R}_2)}. \tag{3}$$

Dans le cas exceptionnel où les phénomènes d'entraînement étudiés correspondraient à la mise en jeu de nombres de Reynolds assez élevés pour que le nombre $\mathcal{R}_2$ caractérisant le modèle réduit soit lui-même supérieur au seuil de la fonction $\varphi(\mathcal{R})$ correspondante, on aurait $\varphi(\mathcal{R}_1) = \varphi(\mathcal{R}_2)$ et, par suite, la condition de similitude (3) donnerait $d_1 = d_2$; donc, dans ce cas, l'emploi de matériaux affouillables semblables dans le rapport λ et de même densité [1] serait légitime. Mais il est facile de voir que c'est là un cas peu fréquent, étant donné que, dans la majorité des cas, la réduction dans le rapport λ des grains utilisés conduit à une très faible valeur des nombres de Reynolds $\mathcal{R}_2$.

---

[1] MM. Meyer-Peter, Favre et Einstein ont tout récemment obtenu des résultats vérifiant ce point, la dimension des grains les plus fins étant $3^{mm},17$ (*Schweizeriche Bauzeitung*, 103, 1934, p. 163).

En général, $\varphi(\mathcal{R}_1)$ et $\varphi(\mathcal{R}_2)$ auront des valeurs différentes, et, par suite, les matériaux à utiliser dans le modèle réduit devront avoir une densité différente de celle des matériaux constituant le fond du lit, densité donnée par la relation (3).

Conclusion. — Nous venons d'exposer comment peut être guidé le choix des matériaux affouillables à disposer dans un modèle réduit, ce choix étant basé sur les lois de l'entraînement par suspension.

Comme nous l'avons fait observer, d'autres éléments interviennent pour caractériser les phénomènes d'érosion et de dépôts. De plus, en pratique, le lit étudié ne sera pas constitué par des éléments identiques comme nature, forme ou dimension; il en résultera une indétermination dans la valeur de la fonction φ correspondante.

Il résulte de ces considérations que les remarques ci-dessus exposées ne peuvent pas constituer une méthode rigoureuse, mais seulement, comme nous l'avons indiqué, un guide, dans la question d'affouillement, où règne actuellement l'empirisme le plus complet.

BOTANIQUE. — *Les* Plectaneia, *Apocynacées de Madagascar.* Note [1] de M. Henri Jumelle.

Le genre *Plectaneia* est resté jusqu'à une époque relativement récente un genre de plantes malgaches à peu près ignoré. Le genre même avait bien été créé dès 1811 par Dupetit-Thouars, qui l'avait même parfaitement caractérisé tout de suite par ses fruits et ses graines, mais sans accompagner sa courte description d'aucune dénomination spécifique; et la première espèce nommée, le *Plectaneia Thouarsii*, ne le fut qu'ultérieurement, en 1819, par Roemer et Schultes. Ce fut d'ailleurs uniquement cette espèce que connurent de Candolle, Bentham et Hooker, et même Baillon. En 1895 seulement K. Schumann créa deux autres espèces, *Plectaneia Hildebrandtii* et *Plectaneia Pervillei*, mais sur lesquelles il ne donna que des indications vagues.

Et à ces quelques données se réduisait, en définitive, tout ce que nous savions de ces *Plectaneia* lorsque, en 1908, avec M. Perrier de la Bâthie, au cours de l'étude d'ensemble que nous faisions alors sur les plantes à caoutchouc de Madagascar, nous étions amenés à nous occuper de ce genre, dont nous signalions cinq espèces. Peu après, d'autre part,

---

(1) Séance du 5 novembre 1934.

M. Hochreutiner décrivait complètement, d'après des échantillons d'authenticité incontestable, le *P. Thouarsii*, et en 1922 M. Stapf redonnait, avec figures, des diagnoses de ce *P. Thouarsii* et de notre *P. elastica*.

Mais une histoire moins superficielle de ce curieux genre restait donc toujours à faire; nous croyons que les abondantes récoltes de M. Perrier de la Bâthie, que nous avons pu examiner en même temps que les collections de l'Herbier du Muséum de Paris, où se trouvent les échantillons recueillis par M. Humbert et M. Decary, nous permettent aujourd'hui de la tenter.

En fait, nous connaissons aujourd'hui à Madagascar onze espèces de *Plectaneia*, dont nous pouvons donner les grands caractères distinctifs et la répartition dans l'île.

Rappelons que, dans toutes, les fruits sont de longs follicules accolés par deux, comme dans beaucoup d'autres Apocynacées, mais avec des graines qui, au lieu d'une aigrette, portent deux ailes extrêmes les faisant ressembler, comme l'avait jadis remarqué Dupetit-Thouars, à des graines de Bignoniacées.

De ces onze espèces, trois seulement sont de l'Est de l'île : le *P. Thouarsii*, le *P. elastica* et le *P. macrocarpa*.

Le *P. Thouarsii*, la première espèce connue, est, des trois, la plus largement répartie, puisque nous pouvons la signaler tout au moins depuis la baie d'Antongil jusqu'au Bas-Faraony et que, d'autre part, elle remonterait dans le Centre jusqu'à 1800^m.

Le *P. elastica* Jum. et Perr., très voisin du précédent, mais déjà à première vue nettement distinct par son acumen foliaire toujours très aigu, jamais obtus, puis producteur de caoutchouc, ce que n'est jamais le *P. Thouarsii*, est d'aire beaucoup plus restreinte, car nous ne sommes pas absolument sûr de sa présence dans l'Est même, près de Fort-Dauphin, et nous ne le connaissons de façon certaine qu'aux confins de l'Est et du Centre et dans le Centre.

Quant au *P. macrocarpa* Jum., à très longs follicules, nous ne pouvons le signaler, pour l'instant, que dans le Sud-Est.

Spécial au Centre est le *P. Boivini* Jum., à petites fleurs et à grands fruits à section ovale ou elliptique, uniquement récolté jusqu'ici dans les bois du Haut-Isandrano.

Aux limites de ce Centre, tout en redescendant dans l'Ouest, au Sud du Mangoky, à des altitudes un peu plus basses, est le *P. isalensis* Jum., à fleurs plus grandes que celles des *Plectaneia Thouarsii* et *elastica*.

Dans l'Ouest même, l'espèce de plus large extension est le *P. firingalavensis* Jum., dont on trouve depuis Marovoay jusque dans la province de Fort-Dauphin des représentants que leurs fruits fortement ailés aident à reconnaître.

A peu près d'aussi large distribution cependant est le P. *Hildebrandtii* K. Sch., car l'espèce, que caractérisent de longues fleurs de 8 à 9^{mm}, avec lobes corollaires de plus de 6^{mm}, est bien particulièrement commune dans le Boina, mais sa présence a été encore constatée dans la région de Morondava; et, d'autre part, elle est aussi de Nossi-Bé et se retrouve même à Vohémar, dans cet Extrême-Nord-Est dont les conditions de végétation participent plus de celles du Nord-Ouest que de celles de l'Est.

Plus exclusivement du Nord-Ouest est le P. *inutilis*, dont la variété *hirsuta* remonte cependant vers Diego-Suarez et dans le bassin de la Loky. Ce P. *inutilis* Jum. et Perr. se rapproche à divers égards du P. *elastica*, mais, entre autres caractères distinctifs, ses feuilles sont plus largement ovales et moins atténuées au sommet, puis son tronc est dépourvu des grosses lenticelles qui recouvrent le tronc du P. *elastica*.

Du Nord-Ouest encore, et de préférence sur les sols calcaires du Jurassique et du Crétacé, est le P. *rhomboidalis* Jum. et Perr., à fleurs de 8 à 10^{mm}, avec très long style; mais cette espèce, cette fois, pourrait redescendre aussi vers le Sud, puisqu'elle est encore du bassin du Mangoky.

Au contraire est plutôt, et même peut-être uniquement, du Sud-Ouest le P. *stenophylla* Jum., à feuilles allongées étroites.

Enfin semble particulier au Sambirano le P. *microphylla* Jum. et Perr., à très petites feuilles largement ovales.

On voit à quel point a bien été trop longtemps méconnue à Madagascar l'importance de ce genre *Plectaneia*.

M. **Émile Mathias** fait hommage à l'Académie de deux Mémoires intitulés *Action de la Foudre sur l'homme et les animaux* (1re Partie) et *L'industrie des très basses températures et des gaz rares*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la Section de Mécanique en remplacement de M. *P. Vieille* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 53,

M. Ernest Vessiot obtient	....	21 suffrages
M. Albert Caquot »	....	20 »
M. Auguste Lafay »	....	7 »
M. Albert Liénard »	....	5 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 53,

M. Albert Caquot obtient	....	30 suffrages
M. Ernest Vessiot »	....	23 »

M. Albert Caquot, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. Claude Gautier adresse un Rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1931.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Claude Gaillard. *Contribution à l'étude de la Faune préhistorique de l'Égypte.*

2° Le volume VIII des *Publications de l'*Observatoire d'Alger. *Catalogue de* 9997 *étoiles comprises entre* — 17°50′ *et* — 23°0′ *de déclinaison*, 1855 *pour l'équinoxe de* 1900, *tiré des observations faites de* 1888 *à* 1897, Trépied *étant directeur*, par MM. Ch. Rambaud et F. Sy, sous la direction de M. F. Gonnessiat.

3° *Études sur les tempêtes de la saison* 1933-1934 *à Madagascar*, par le R. P. Ch. Poisson.

4° Faune de France. 28. *Diptères* (*Brachycères*) (Muscidae acalypterae et scatophagidae), par E. Seguy. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

5° E.-M. Antoniadi. *La planète Mercure et la rotation des satellites.* (Présenté par M. H. Deslandres.)

ALGÈBRE. — *Sur un problème de la théorie des polynomes.* Note [1] de M. J. Dieudonné.

1. Considérons, dans le plan de la variable complexe z, le demi-plan ouvert (π) situé au-dessus de l'axe réel, et défini [2] par $I(z) > 0$. Proposons-nous de trouver les conditions que doivent remplir deux polynomes $A(z)$ et $B(z)$, de degrés respectifs p et q, pour que *toutes les racines de l'équation*

$$A(z)\,P(z) + B(z)\,P'(z) = 0 \tag{1}$$

soient dans le demi-plan (π), *lorsque* $P(z)$ *est un polynome assujetti à la seule condition d'avoir tous ses zéros dans* (π).

Une condition *nécessaire* est que l'on ait

$$I\left(\frac{A}{B}\right) \geqq 0 \tag{2}$$

le long de l'axe réel. En effet, si cette condition n'était pas remplie au point z_0 de l'axe réel, le point α déterminé par l'équation

$$A(z_0)(z_0 - \alpha) + B(z_0) = 0$$

serait dans le demi-plan (π), et l'équation (1) correspondant au polynome $P(z) = z - \alpha$ aurait un zéro sur l'axe réel, contrairement à l'hypothèse.

Inversement, supposons la condition (2) remplie le long de l'axe réel et, de plus, que ni $A(z)$, ni $B(z)$ n'aient de racines réelles [3]. Si l'on remarque

---

[1] Séance du 29 octobre 1934.

[2] $I(z)$ désigne la partie imaginaire de z.

[3] On étudierait aisément ce qui se passe dans le cas contraire, par la même méthode que dans le cas général.

que l'équation (1) s'écrit

$$\varphi(z) \equiv \frac{A}{B} + \frac{P'}{P} = 0$$

et que l'on a, en vertu des hypothèses faites, $I(\varphi) > 0$ le long de l'axe réel, on peut évaluer le nombre des zéros de $\varphi(z)$ intérieurs à (π) en appliquant la formule de Cauchy, qui donne le nombre de zéros d'une fonction à l'intérieur d'un contour, au contour formé par le segment $-R, +R$ de l'axe réel et le demi-cercle $|z| = R$ situé dans (π), R étant un nombre suffisamment grand. On arrive ainsi aisément à la conclusion suivante : pour que A et B (dépourvus de zéros réels) répondent à la question posée, *il faut et il suffit :*

1° *que la condition* (2) *soit vérifiée le long de l'axe réel;*

2° *que tous les zéros de* $B(z)$ *soient dans* (π);

3° *que l'on ait, soit* $p \leqq q$, *soit* $p = q + 1$ *et*

$$\lim_{z \to \infty} \frac{A(z)}{zB(z)} = a,$$

a étant réel et négatif (¹).

2. On peut aussi se poser un problème analogue, en recherchant les conditions pour que (1) ait *au moins une racine* dans (π), $P(z)$ étant toujours assujetti à la seule condition d'avoir tous ses zéros dans (π).

On peut donner une condition *suffisante* pour qu'il en soit ainsi, en suivant le même raisonnement que dans une Note récente sur un cas particulier de ce problème (²).

Si aucun zéro de (1) n'était dans (π), on aurait, en tout point de (π),

$$I\left[\frac{A'P + (A + B')P' + BP''}{AP + BP'}\right] < 0.$$

En appliquant en particulier cette inégalité aux zéros (simples) z_1, z_2, ..., z_n de $P(z)$, on en tire

$$\sum_{k=1}^{n} I\left[\frac{A(z_k) + B'(z_k)}{B(z_k)} + \frac{P''(z_k)}{P'(z_k)}\right] < 0.$$

Comme

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{P''(z_k)}{P'(z_k)} = 0,$$

(¹) Ces conditions entraînent que tous les zéros de $A(z)$ sont également dans (π).

(²) J. Dieudonné, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1966-1967.

on voit que si l'on a

$$(3) \qquad \mathrm{I}\left[\frac{\mathrm{A}+\mathrm{B}'}{\mathrm{B}}\right] \geqq 0$$

dans tout le demi-plan (π), on aboutit à une contradiction.

Cette condition est donc suffisante pour que A et B répondent à la question; elle n'est d'ailleurs nullement nécessaire, comme il résulte du n° 1.

3. On peut appliquer la même méthode à des équations du type (1) où A et B peuvent dépendre de $P(z)$. Par exemple, si $B = P'$, A étant un polynome quelconque de degré $p \leqq n - 2$, on a, d'après le théorème des résidus,

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{A(z_k) + B'(z_k)}{B(z_k)} = 0.$$

On en déduit que *l'équation*

$$AP + P'^2 = 0$$

a toujours une racine au moins dans (π).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations, linéaires ou non, aux dérivées partielles, du type elliptique.* Note de M. **Georges Giraud**.

1. Soit t une variable positive; toute fonction $\omega(t)$ positive, croissante et telle que $\omega(t)/t$ soit sommable dans l'intervalle (0, 1), sera nommée ici une fonction limitante de Dini. Si une fonction $\varphi(X)$ d'un point X de l'espace à m dimensions est telle que l'on ait toujours

$$|\varphi(X) - \varphi(Y)| < \omega(L) \qquad (L = \text{distance}),$$

on dira ici que φ remplit une condition de Dini [1].

Les équations du type elliptique possèdent des propriétés connues, dans l'énoncé desquelles interviennent des conditions de Hölder [c'est-à-dire des conditions de Dini avec $\omega(t) = Mt^h$ ($M > 0$, $h > 0$)], et qui peuvent s'étendre à des conditions plus générales de Dini, parfois au prix d'un énoncé plus compliqué. Plusieurs de ces généralisations vont être indiquées, et ensuite sera mentionnée une autre propriété, dans l'énoncé de laquelle figurent des conditions de Hölder.

---

[1] Dini a même considéré une définition plus générale (*Acta mathematica*, 25, 1902, p. 185 à 230, spécialement p. 203 et 204).

2. Considérons l'opération linéaire du type elliptique

$$\mathcal{F} u = \Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \Sigma_\alpha b_\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + cu \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m),$$

où les $a_{\alpha,\beta}$ remplissent des conditions de Dini, et les b_α et c sont continus. Pour certaines fonctions u dépourvues de dérivées secondes, on peut définir $\mathcal{F}$ d'une façon généralisée, comme dans le cas des conditions de Hölder (1).

On donne un domaine borné $\mathcal{D}$; on suppose que sa frontière $\mathcal{S}$ est recouverte par un nombre fini de domaines, dans chacun desquels les coordonnées s'expriment à l'aide de $m-1$ paramètres, par des fonctions dont les dérivées existent et remplissent des conditions de Dini, et dont les jacobiens ne s'annulent simultanément nulle part; on suppose que $\mathcal{S}$ ne contient aucun point multiple.

Soient $\varpi_1, \ldots, \varpi_m$ les cosinus directeurs de la normale extérieure en un point Y de $\mathcal{S}$, et soit ψ une fonction continue de Y. Soit Y_t un point dont les coordonnées sont du type $y_\alpha - t\Sigma_\beta a_{\alpha,\beta}\varpi_\beta + t\eta_\alpha(t)/\log t$ $(t>0)$, les $\eta_\alpha(t)$ étant infiniment petits avec t. On pose

$$\Theta u(Y) = \lim_{t \to 0} \frac{u(Y) - u(Y_t)}{t} + \psi(Y)\, u(Y).$$

A la condition $\mathcal{F} u = f$ dans $\mathcal{D}$, où f est une fonction donnée, continue dans $\mathcal{D} + \mathcal{S}$, associons sur $\mathcal{S}$ soit la condition $u = 0$, soit la condition $\Theta u = \varphi$, où φ est une fonction donnée, continue sur $\mathcal{S}$. Les deux types de questions se traitent comme dans le cas des conditions de Hölder (2) et les conclusions sont les mêmes.

3. Soit ω la fonction limitante qui correspond aux $a_{\alpha,\beta}$. Pour que les dérivées secondes de u existent et soient continues en tout point de $\mathcal{D}$, il

(1) *Bull. des Sciences math.*, 56, 1932, p. 248 à 272, 281 à 312, 316 à 352, et *Errata*, p. 384; spécialement Chap. I.

(2) On se sert d'une généralisation de la théorie des équations intégrales de Fredholm, indiquée dans *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 595 à 597; *Bull. des Sciences math.*, 57, 1933, p. 327 à 334. La fonction

$$\omega'(t) = \mu t^\mu \int_t^{+\infty} \frac{\omega(x)}{x^{\mu+1}}\, dx \qquad (\mu > 0)$$

satisfait aux mêmes hypothèses que ω, et est supérieure à ω; cela rend inutile l'hypothèse que $\omega(t)t^{-\mu}$ est décroissant. On peut aussi traiter des cas où les données ne sont pas toutes continues (*Comptes rendus*, 198, 1934, p. 885 à 887).

suffit que $\omega(t)\log t/t$ soit sommable dans $(0,1)$ et qu'en outre les b_α, c et f remplissent des conditions de Dini.

4. Soit

$$F(p_{1,1}, p_{1,2}, \ldots, p_{m,m}; p_1, \ldots, p_m; u; x_1, \ldots, x_m) = 0$$

une équation non linéaire du type elliptique. On suppose que les dérivées secondes de F par rapport à toutes les lettres $p_{\alpha,\beta}$, p_α, u, x_α, existent et sont continues. On peut démontrer que si les dérivées secondes d'une solution u remplissent des conditions de Dini dans un certain domaine, u est trois fois continûment dérivable dans ce domaine (¹).

5. Rappelons enfin un résultat déjà annoncé (²), relatif à la détermination d'une condition de Hölder remplie par les dérivées secondes de la solution u d'un problème non linéaire de Dirichlet, quand on sait limiter u et ses dérivées premières et secondes. Ce résultat n'est pas actuellement étendu au cas des conditions de Dini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines équations de Monge-Ampère dont les surfaces intégrales propagent certaines intégrales invariantes.* Note (³) de M. **Adolphe Buhl.**

Il s'agit des équations du type (4) formulé ci-après. Pour y parvenir, soit d'abord l'égalité (⁴)

$$(1) \qquad \int\!\!\int_P \frac{dM\,dN}{\Delta(M,N)} = \int\!\!\int_\Pi \begin{vmatrix} s & t & 0 & 0 & -1 \\ r & s & 0 & -1 & 0 \\ p & q & -1 & 0 & 0 \\ M_x & M_y & M_z & M_p & M_q \\ N_x & N_y & N_z & N_p & N_q \end{vmatrix} \frac{dx\,dy}{\Delta(M,N)}.$$

Le premier membre est supposé avoir un sens pour une étendue P, sim-

(¹) Eberhard Hopf, *Math. Zeitschrift*, 34, 1931, p. 194 à 233, spécialement p. 215; Georges Giraud, *Ann. scient. École Norm. sup.*, 47, 1930, p. 197 à 266, spécialement page 222.

(²) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1361 à 1363, spécialement paragraphe 2. Le résultat avait été retiré à cause d'un défaut dans l'essai de démonstration (*Comptes rendus*, 196, 1933, p. 236 et 237), mais la démonstration est maintenant complétée. Les conséquences annoncées dans la première Note subsistent.

(³) Séance du 5 novembre 1934.

(⁴) Pour le passage explicite du premier membre au second, voir, par exemple, mon fascicule *Géométrie et Analyse des intégrales doubles*, p. 9. Collection *Scientia*.

plement connexe, d'un plan à axes OMN, l'étendue P étant enfermée dans un contour d'équation

$$\Phi(M, N) = 0. \tag{2}$$

Dans le second membre de (1), on suppose que la cloison Π correspond à P dans les mêmes circonstances topologiques, Π faisant alors partie d'une surface S d'équation $z = z(x, y)$ et étant délimitée, sur cette surface, par un contour d'équation (2), à condition, en (2) comme dans le second membre de (1), de lire $M(x, y, z, p, q)$ et $N(x, y, z, p, q)$ pour M et N. Les indices de M et N indiquent des dérivations.

Il est évident que si l'on remplace la surface S par d'autres, sans changer la fonction Φ de l'équation (2), le second membre de (1) est invariant comme s'exprimant toujours par le premier qui n'a alors aucune raison de varier.

L'intégrale invariante l'est, non moins évidemment, par rapport à la forme, en x, y, z, p, q des fonctions M et N.

Ceci dit, supposons que l'intégrale double invariante doive avoir la forme imposée

$$\int\int_{\Pi} \Theta(x, y, z, p, q)\, d\sigma. \tag{3}$$

Les surfaces S ne peuvent plus être quelconques; il faut les remplacer par des surfaces Σ, intégrales de l'équation de Monge-Ampère

$$\frac{1}{\Theta(x, y, z, p, q)\sqrt{p^2+q^2+1}} \begin{vmatrix} s & t & 0 & 0 & -1 \\ r & s & 0 & -1 & 0 \\ p & q & -1 & 0 & 0 \\ M_x & M_y & M_z & M_p & M_q \\ N_x & N_y & N_z & N_p & N_q \end{vmatrix} = \Delta(M, N). \tag{4}$$

Les équations de ce type ne semblent pas avoir été considérées jusqu'ici. En général le second membre $\Delta(M, N)$ ne peut être identiquement nul mais, s'il l'était, l'équation (4) aurait une intégrale intermédiaire représentée par (2) avec Φ fonction arbitraire. Vraisemblablement les équations de Monge-Ampère, du type (4), au point de vue logique et dans l'ordre de complication, doivent être situées après les équations à intégrale intermédiaire. Sur les surfaces intégrales Σ, de ces équations (4), on peut considérer des cloisons Π, de contour défini par (2) avec Φ fonction arbitraire, cloisons Π sur lesquelles l'intégrale (3) se propage invariante. Il est toujours entendu que la fonction arbitraire Φ reste la même pendant la propagation.

Si M et N se réduisent à $M(x, y, z)$ et $N(x, y, z)$, ce qui précède se réduit à la propagation dans les *espaces à canaux* (1). Ici, dans le cas général, il ne saurait être question de *canaux*, du moins avec conservation exacte du sens déjà donné à ce mot. Les cloisons Π, en propagation, sont délimitées, sur les surfaces propagatrices Σ, par des surfaces tangentes qui, lorsqu'on passe d'une surface Σ à une autre, ont bien même équation aux dérivées partielles (2) mais ne se raccordent pas nécessairement pour cela. La propagation est encore guidée mais elle l'est, en général, de manière non analytique.

Enfin, si l'on adjoint, à une cloison Π en propagation, d'autres cloisons Π_n tangentes, tout le long du contour de Π, ces Π_n peuvent aussi bien servir que Π au calcul de (3), par une intégrale double ayant la forme du second membre de (1), et elles donnent, toujours le long du contour, des discontinuités pour les dérivées partielles de z d'ordre supérieur au premier.

De là naissent des schémas possibles pour propagations ondulatoires au sens différentiel du mot. Les ondes de nature différentielle et les ondes de nature intégrale seraient ainsi étroitement associées.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'allure de la fonction définie par une série de Dirichlet au voisinage de son point singulier.* Note de M. J. R. **Braïtzeff**, présentée par M. Hadamard.

Considérons la série de Dirichlet

$$(1) \qquad f(s)=\sum_{0}^{\infty} a_n e^{-s\lambda_n} \qquad (\lambda_n>0,\ \lambda_{n+1}>\lambda_n,\ \lim_{n\to\infty}\lambda_n=\infty);$$

$$(1') \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[\lambda_n]{|a_n|}=\frac{1}{R} \qquad (R \gtreqless 1).$$

Soient

$$(2) \qquad \theta_{\beta,\varphi}(z)=e^{\varphi i}\sum_{1}^{\infty} z^n n \mathfrak{I}_\alpha(n^\alpha e^{\varphi i});$$

$$(2') \qquad \mathfrak{I}_\alpha(n^\alpha e^{\varphi i})=\sum_{0}^{\infty}\frac{a_l n^{\alpha\lambda_l} e^{\lambda_l\varphi i}}{\Gamma(\alpha\lambda_l+2)},$$

α étant une quantité positive quelconque.

(1) Voir *Structures analytiques et Théories physiques* (*Mémorial des Sciences physiques*, fasc. 22), et *Gravifiques, Groupes, Mécaniques* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 62).

La fonction $\theta_{\alpha,\varphi}(z)$ possède une propriété remarquable ([1]) : sur la circonférence $|z| = \rho_{\alpha,\varphi}$, où

$$\frac{1}{\rho_{\alpha,\varphi}} = \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|\mathfrak{S}_\alpha(n^\alpha e^{\varphi i})|}, \tag{3}$$

n'est situé en général qu'un point singulier de cette fonction. En posant $e^{-s} = z$, $s = \log 1/z$, nous obtiendrons

$$\theta(z) = \sum_0^\infty a_n z^{\lambda_n}. \tag{4}$$

Au plan de la variable complexe s correspond ici une surface de Riemann R à une infinité de feuillets relative à la fonction $\log z$. Toutes les branches de la fonction

$$\theta_k(z) = \sum_0^\infty a_n e^{2\pi k\lambda_n i} z^{\lambda_n}, \tag{5}$$

où $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, $z = \rho e^{\varphi i}$ et $-\pi \leq \varphi \leq \pi$, s'étendent sur ces feuillets de sorte que, sur le feuillet L_0,

$$\theta_0(z) = \sum_0^\infty a_n z^{\lambda_n}. \tag{6}$$

Dans le Mémoire cité (p. 90), nous avons donné une formule fondamentale

$$\theta_{\alpha,\varphi}(z) = e^{\varphi i} \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left(\log\frac{1}{z} + 2k\pi i\right)^2} \theta_0\left[\frac{e^{\varphi i}}{\left(\log\frac{1}{z} + 2k\pi i\right)^\alpha}\right]. \tag{7}$$

En posant dans cette relation $u = \log 1/z$, nous aurons

$$\theta_{\alpha,\varphi}(z) = \psi_{\alpha,\varphi}(u) = e^{\varphi i} \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(u + 2k\pi i)^2} \theta_0\left[\frac{e^{\varphi i}}{(u + 2k\pi i)^\alpha}\right]. \tag{8}$$

Les singularités de la fonction $\psi_{\alpha,\varphi}(u)$ sont

$$\xi^{-\frac{1}{\alpha}} e^{\frac{\varphi i}{\alpha}} - 2k\pi i \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots) \tag{9}$$

et $2k\pi i$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$), ξ étant un point singulier de la fonction (6).

([1]) *Math. Ann.*, **109**, 1, 1933, p. 84.

Il est clair que les points singuliers de la fonction $\theta_0(u^{-\alpha}e^{\varphi i})$ sont de la forme $\xi^{-1/\alpha}e^{\varphi i/\alpha}$.

En vertu de la formule (8), on peut écrire

(10) $$\theta_0(u^{-\alpha}e^{\varphi i}) = e^{-\varphi i}(\log z)^2\theta_{\alpha,\varphi}(z) + \sigma_\alpha(u);$$

(11) $$\sigma_\alpha(u) = -u^2\sum_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(u+2k\pi i)^2}\theta_0\left[\frac{e^{\varphi i}}{(u+2k\pi i)^\alpha}\right] + u^2\theta_0(u^{-\alpha}e^{\varphi i}).$$

Il est évident que la fonction $\sigma_\alpha(u)$ est régulière à l'intérieur du cercle $|u|\leqq 1$, car ses singularités sont de la forme (9) ou $2k\pi i$, où il faut poser : $k=\pm 1, \pm 2, \ldots$ et $|\xi|\geqq 1$. Soit

(12) $$u = u^{-\frac{1}{\alpha}}e^{\frac{\varphi i}{\alpha}}.$$

Nous obtiendrons

(13) $$\theta_0(u) = e^{-\varphi i}(\log z)^2\theta_{\alpha,\varphi}(z) + \sigma_\alpha\left(u^{-\frac{1}{\alpha}}e^{\frac{\varphi i}{\alpha}}\right),$$

(13′) $$z = \exp\left(-u^{-\frac{1}{\alpha}}e^{\frac{\varphi i}{\alpha}}\right).$$

Si la variable u tend vers le point ξ à l'intérieur de l'étoile $B^{(\alpha)}$ de Mittag-Leffler construite pour la fonction $\theta_0(z)$ sur la surface R, la variable z (13′) tend vers le point singulier $\exp(-\xi^{-1/\alpha}e^{\varphi i/\alpha})$ de la fonction $\theta_{\alpha,\varphi}(z)$ à l'intérieur du cercle $|z|\leqq r_{\alpha,\varphi}$.

Il est clair qu'en vertu de la formule (13), l'allure de la fonction $\theta_0(u)$ autour du point ξ est identique à celle de la fonction

(14) $$e^{-\varphi i}(\log z)^2\theta_{\alpha,\varphi}(z),$$

au voisinage du point $\exp(-\xi^{-1/\alpha}e^{\varphi i/\alpha})$.

Il faut souligner surtout deux faits : 1° on peut se borner seulement au cas où, sur la circonférence $|z| = r_{\alpha,\varphi}$, n'est situé qu'un point singulier de la fonction $\theta_{\alpha,\varphi}(z)$, et 2° par cette voie on peut étudier l'allure de la fonction $\theta_0(u)$ au voisinage d'un point singulier quelconque.

On traite de la même manière chaque branche de la fonction $\theta(z)$ (4). La détermination de l'allure de la fonction $f(s)$ (1) autour de chaque point singulier se fait alors tout de suite. La méthode s'étend immédiatement à l'intégrale de Stieltjès $\int_0^\infty e^{-st}f(t)\,d\alpha(t)$, aux séries de facultés, etc.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une expression générale des noyaux itérés.* Note de M. **Maurice Fréchet**, présentée par M. Hadamard.

Dans la théorie des noyaux symétriques, on trouve une expression très simple du noyau itéré $K_n(M, P)$ en fonction de n, de la forme

$$K_n(M, P) = \sum_i \frac{\varphi_i(M)\,\varphi_i(P)}{(\lambda_i)^n}$$

pour $n \geqq 2$.

On peut aussi obtenir une expression assez simple du $n^{\text{ième}}$ itéré d'un noyau dissymétrique mais de rang fini ([1]). Par contre *aucune expression en fonction de n du $n^{\text{ième}}$ itéré* du noyau *général* (dissymétrique et de rang infini) *n'a été publiée*, à notre connaissance.

On peut en obtenir une immédiatement en utilisant un artifice dû à E. Schmidt et consistant à introduire au lieu des fonctions et constantes caractéristiques de $K(M, P)$, des couples de fonctions singulières $X(M)$, $Y(M)$ et des constantes singulières μ de K définies par le couple d'équations

$$X(M) = \mu \int_V K(M, P)\, Y(P)\, dP.$$

$$Y(M) = \mu \int_V K(P, M)\, X(P)\, dP.$$

On peut choisir de tels couples de fonctions singulières X_1, Y_1; X_2, Y_2; ..., de sorte que les X_j forment un système orthonormé sur V et de même pour les Y_j. Appelons μ_j la valeur singulière de K correspondant au couple X_j, Y_j.

E. Schmidt a démontré qu'on a « en double moyenne quadratique » :

$$K(M, P) \approx \sum_j \frac{X_j(M)\, Y_j(P)}{\mu_j} \quad (^2).$$

On peut généraliser et montrer qu'on a aussi « en *double* moyenne qua-

---

(1) Voir, par exemple, M. Fréchet, *The Quarterly Journal of Mathematics*, Oxford series, 5, 1934, p. 106-144.

(2) En général, nous conviendrons ici de poser

$$H(M, P) \approx \sum_{j=1}^{j=+\infty} A_j(M, P),$$

dratique » :

(1) $$\boxed{K_n(M, P) \approx \sum_{ij} \gamma_{ij}(n)\, X_i(M)\, Y_j(P)},$$

où

$$\gamma_{ij}(n) = \int_V \int_V K_n(M, P)\, X_i(M)\, Y_j(P)\, dM\, dP$$

avec

$$\int_V \int_V [K_n(M, P)]^2\, dM\, dP = \sum_{ij} [\gamma_{ij}(n)]^2.$$

On voit alors que l'*intervention de n dans l'expression* (1) *de* $K_n(M, P)$ *est reléguée dans les termes* $\gamma_{ij}(n)$ INDÉPENDANTS DE M ET DE P.

Il reste à calculer ceux-ci. Or en posant

$$\alpha_{ij}(n) = \sqrt{\mu_i \mu_j}\, \gamma_{ij}(n+1),$$

on s'assure que l'on a

(2) $$\boxed{\alpha_{ij}(n+p) = \sum_k \alpha_{ik}(n)\, \alpha_{kj}(p).}$$

De sorte que *le calcul, en fonction de n, des noyaux* $K_n(M, P)$ dépendant aussi de deux *variables continues* M, P et vérifiant la relation d'itération

(3) $$K_{n+p}(M, P) = \int_V K_n(M, Q)\, K_p(Q, P)\, dQ,$$

se trouve ramené au calcul en fonction de n des quantités itérées $\alpha_{ij}(n)$ dépendant, en outre de n, de deux *indices entiers positifs* i et j et vérifiant une *relation d'itération* (2) en tout point *semblable à la relation* (3), mais où l'intégration est remplacée par la sommation.

Les $\alpha_{ij}(n)$ peuvent être calculés de proche en proche par la relation (2) en partant des valeurs des $\alpha_{ij}(1)$, à savoir

$$\alpha_{ij}(1) = \frac{1}{\sqrt{\mu_i \mu_j}} \int_V X_i(M)\, Y_j(M)\, dM.$$

---

quand on a

$$\lim_{p \to \infty} \int_V \int_V \left[H(M, P) - \sum_{j=1}^{j=p} A_j(M, P) \right]^2 dM\, dP = 0.$$

Et nous dirons que $\sum_{j=1}^{j=n} A_j(M, P)$ converge vers H(M, P) en double moyenne quadratique.

Mais, on connaît déjà l'expression de $\alpha_{ij}(n)$ en fonction de n quand K est de rang fini [c'est-à-dire quand les équations (2) sont en nombre fini et comportent des sommes d'un nombre fini de termes] : c'est la somme d'un nombre fini de produits d'exponentielles par des polynomes (en n). [Dans le cas où K est de rang infini, l'expression de $\alpha_{ij}(n)$ en fonction de n se traduira par une série].

Les résultats précédents sont au moins valables dans le cas classique où V est borné et K(M, P) continu sur V. La généralisation à des cas plus étendus, la détermination de cas où le développement (1) de K_n converge aussi uniformément sur V, la réalisation des calculs sur des exemples particuliers, l'étude de la relation d'itération (2), etc., forment l'objet d'un Mémoire détaillé qui sera publié ailleurs.

La théorie des probabilités en chaîne fournit une application importante de l'étude des relations d'itération (2) et (3).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équivalence de deux problèmes extrémales.* Note de M. **J. Geronimus**, présentée par M. Hadamard.

Désignons par $\Phi_n(\vartheta)$ le polynome trigonométrique donné d'ordre n

$$\Phi_n(\vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos k\vartheta + b_k \sin k\vartheta); \tag{1}$$

soit $\Phi^*(\vartheta)$ la fonction qui s'écarte le moins de zéro dans $(0, 2\pi)$ parmi toutes les fonctions sommables dont les $2n+1$ premiers coefficients a_0, a_1, b_1, ..., a_n, b_n du développement en série de Fourier sont donnés (¹)

$$\Phi^*(\vartheta) = \Phi_n(\vartheta) + \sum_{k=1}^{\infty}[A_{n+k}\cos(n+k)\vartheta + B_{n+k}\sin(n+k)\vartheta]. \tag{2}$$

Soit $P_n(\vartheta)$ un polynome trigonométrique quelconque d'ordre $\leq n$ et posons pour la brièveté

$$\Omega(\Phi_n, P_n) = \frac{\displaystyle\int_0^{2\pi}\Phi_n(\vartheta)P_n(\vartheta)\,d\vartheta}{\displaystyle\int_0^{2\pi}|P_n(\vartheta)|\,d\vartheta} = \Omega(\Phi^*, P_n). \tag{3}$$

(¹) N. Achyeser et M. Krein, *Communications de la Societé mathématique de Kharkoff*, 4e série, 9, 1934, p. 9-28.

Considérons les deux problèmes suivants :

A. *Trouver le polynome* $\overline{P}_n(\mathfrak{I})$ *qui réalise le maximum de* $\Omega(\Phi_n, P_n)$ *et cette valeur maximale* (1).

B. *Trouver la fonction* $\Phi^*(\mathfrak{I})$ *et son écart de zéro* [*loc. cit.* (p. 1010), § 3-4].

Le but de cette Note est de démontrer que ces deux problèmes sont équivalents et que

(4) $$\Phi^*(\mathfrak{I}) = \text{const. sgn } \overline{P}_n(\mathfrak{I}).$$

I. *Supposons le problème* B *résolu* (2) :

(5) $$\Phi^*(\mathfrak{I}) = L \text{ sgn } P_n^*(\mathfrak{I});$$

alors

(6) $$\Omega(\Phi_n, P_n) = \Omega(\Phi^*, P_n) \leq L = \Omega(\Phi_n, P_n^*);$$

donc, *le polynome* $\overline{P}_n(\mathfrak{I})$ *qui réalise le maximum dans le problème* A *se confond avec* $P_n^*(\mathfrak{I})$.

II. *Supposons maintenant le problème* A *résolu* (3) :

(7) $$\Omega(\Phi_n, P_n) = \Omega(\Phi^*, P_n) \leq L = \Omega(\Phi_n, \overline{P}_n).$$

Les conditions d'extremum de (3) nous donnent

(8) $$L \text{ sgn } \overline{P}_n(\mathfrak{I}) = \Phi_n(\mathfrak{I}) + \sum_{k=n+1}^{\infty} (a_k \cos k\mathfrak{I} + b_k \sin k\mathfrak{I}).$$

Par conséquent l'écart minimal de zéro L_1 de la fonction cherchée $\Phi^*(\mathfrak{I})$ ne peut dépasser L :

(9) $$|\Phi^*(\mathfrak{I})| \leq L_1 \leq L.$$

La supposition $L_1 < L$ donnerait

(10) $$\Omega(\Phi^*, P_n) = \Omega(\Phi_n, P_n) \leq L_1 < L = \Omega(\Phi_n, \overline{P}_n),$$

ce qui est impossible.

---

(1) Voir J. Geronimus, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2221.

(2) *Loc. cit.* (p. 1010), p. 20-23 ; $P_n^*(\mathfrak{I}) = U_p(z) V_p(z) Z^{-p}$; $Z = e^{i\mathfrak{I}}$, $p \leq n$.

(3) On peut démontrer facilement que le polynome $\overline{P}_n(\mathfrak{I})$ existe et est unique.

Du reste nous avons

$$(11) \qquad \int_0^{2\pi} \{\mathrm{L}\,\mathrm{sgn}\,\overline{\mathrm{P}}_n(\mathfrak{I}) - \Phi^*(\mathfrak{I})\}\,\overline{\mathrm{P}}_n(\mathfrak{I})\,d\mathfrak{I} = 0;$$

puisque la fonction sous l'intégrale est non négative, il s'ensuit que *la fonction cherchée* $\Phi^*(\mathfrak{I})$ *se confond avec* $\mathrm{L}\,\mathrm{sgn}\,\overline{\mathrm{P}}(\mathfrak{I})$ *presque partout.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la croissance en un point singulier.* Note [1] de M. **Georges Bouligand**, présentée par M. Élie Cartan.

Appelons M un point intérieur, M_0 un point frontière d'un domaine E de l'espace euclidien R_n et P un point d'un ensemble F, déduit par composition d'un ensemble G compact en soi, à métrique bornée et d'un axe indéfini $u'u$; un tel F sera dit *cylindrique parallèlement* à $u'u$ [2]. Pour distance de deux points de F, prenons la distance de leurs projections sur G, augmentée de la distance de leurs projections sur $u'u$; alors $|u|$ est un infiniment grand équivalent à la distance de P à un point fixe de F. Au point de vue de la croissance, l'étude d'une correspondance $P = \Lambda(M)$ équivaut à celle du champ scalaire $u(M)$.

Changeons l'étalonnage de la partie E_{M_0} de E avoisinant M_0 de manière que E_{M_0} apparaisse comme une nappe infinie de variété abstraite sur laquelle $u(M)$ *devienne*, soit *uniformément continue*, soit, plus spécialement, à *pente bornée*. Comparées à la métrique initiale de E_{M_0}, les particularités des étalonnages adaptés à l'une de ces conditions renseigneront sur la croissance de $u(M)$. Nous partirons des deux énoncés suivants ($n = 1$) :

(T_1). *Toute fonction réelle de la variable x, uniformément continue pour $x > 0$, a sa valeur absolue majorable, sur cette demi-droite, par des fonctions linéaires* $Ax + B$.

(T_2). *L'égale continuité dans l'intervalle fermé (a, b) des fonctions $f(x+h_i)$, où la suite croissante des h_i est telle que les intervalles fermés $(a + h_i, b + h_i)$ recouvrent une demi-droite, équivaut à l'uniforme continuité de $f(x)$ sur cette demi-droite.*

(T_1) montre comment, pour une certaine métrique, l'uniforme continuité détermine une majoration; et (T_2), comment peut être invoquée,

---

[1] Séance du 5 novembre 1934.

[2] Cf. G. Bouligand, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 819.

dans le même but, l'égale continuité de familles de fonctions. Les énoncés de ce dernier genre pourront se réduire à une forme directe, d'après conditions n'affectant que $u(M)$, dans un sens fixé par (T_2).

Prenant pour $E + M_0$ un domaine dont chaque M est déterminé par $M_0M = r$ et par la trace N de M_0M sur la sphère unitaire S de centre M_0, posant $r = e^{-x}$, nous substituons à l'ensemble ouvert décrit par $M = (N, r)$ un cylindre abstrait décrit par (N, x) et déduit par composition de S et de Ox [1]. Sous une forme invariante par la $(t.r)_1$, distinguons le cas où M_0 est *pôle* de $u(M)$, ayant convenu que de u_1 et u_2, cela se transmet à $u_1 u_2$. Cela nécessite l'uniforme continuité de $\log|v|$ pour $\lim(v:u) = 1$, d'où, pour $\log|v|$, d'après (T_1), une majoration en fonction linéaire de $\log(r_0:r)$, d'où pour u, une majoration en $(r_0:r)^k$. Mais cela sous-entend que l'oscillation de u reste bornée sur S, pour chaque x. Pour rendre l'annulation de u pour $x > x_0$ compatible avec l'uniforme continuité de $\log(1 + |u|)$, il suffit d'étalonner le cylindre en donnant à la section x une métrique dont l'unité de longueur, seule variable, est proportionnelle à $e^{-gx} = r^g$ avec $g \geqq k$. La majoration précédente de $|u|$ résulte ainsi d'une hypothèse pouvant être énoncée sous la forme suivante, INVARIANTE PAR $(t.r)_1$: *possibilité de majorer* $M'M'':(OM)^{g+1}$ *pour en déduire une majoration uniforme arbitrairement petite de l'accroissement de* $\log(1 + |u|)$ *entre* M' et M''. En pareil cas, M_0 sera dit UN PÔLE. Au lieu d'invoquer la continuité uniforme de $\log(1 + |u|)$, il équivaut de recourir, dans une couche sphérique C_0 de centre M_0, à l'égale continuité des fonctions obtenues comme suit : couvrant E_{M_0} par une suite C_i de couches homothétiques de C_0 et, pour M_i image de M dans l'homothétie $(C_0 \to C_i)$, posant $u_i(M) = u(M_i)$, les fonctions annoncées sont $\{u_i(M) : \max_{C_0}|u_i|\}$. C'est ma notion d'*égale continuité relative*, appliquée en substituant à la surface sphérique de mes recherches citées [2] le volume d'une couche sphérique. Pour les fonctions harmoniques, cette substitution indiffère. — On traite parallèlement le cas où M_0, point frontière non isolé de E, est accessible par un domaine conique W de som-

---

(1) L'uniforme continuité sur le cylindre est conservée par les translations parallèles à $x'x$, transmuées des homothéties de centre M_0 dans la figure initiale.

(2) G. BOULIGAND, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 705. Le fait pour un champ scalaire d'avoir un pôle en M_0 est invariant non seulement par les opérations de $(t.r)_1$ conservant M_0, mais aussi par celles d'un groupe plus étendu, obtenu en adjoignant au précédent les *potenties*, transformations qui dans la figure initiale conservent chaque demi-droite issue de M_0 et échangent entre elles les sphères centrées en ce point, r étant remplacé par λr^q (ce qui correspond à une opération linéaire faite sur x).

met M_0. Le sujet s'étend par l'étude de circonstances invariantes par $(t.r)_1$: fait pour u que deux de ses équivalents par $(t.r)_1$, avec M_0 fixe, restent dans un rapport borné; existence dans W d'une fonction $\varphi(M)$ homogène, échangeable avec $u(M)$ pour la recherche d'une limite de $u(M'):u(M'')$ quand M', M'' tendent vers O sans demi-tangente autre que OT' pour M', OT'' pour M'', tandis que $M'M''$ donne une paratingente unique, etc.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Cas où une direction de Borel d'une fonction entière $f(z)$ d'ordre fini est aussi direction de Borel pour $f'(z)$.* Note de M. A. **Rauch**, présentée par M. Émile Borel.

I. *Si une direction* D *d'ordre réel moyen $\lambda > 0$ d'une fonction entière $f(z)$ est en même temps d'ordre réel $< \lambda$ pour $f(z) - a$,* D *est aussi une direction d'ordre réel moyen λ pour $f(z)$* (¹).

Soient O un point d'un cercle de remplissage Γ de la direction D et C un cercle de centre O contenant Γ. On a, si $f(0) \neq x$,

$$n\left(C; \frac{1}{f-x}\right)\log 2 \leqq N\left(2C; \frac{1}{f-x}\right) \leqq T\left(2C; \frac{1}{f-x}\right)$$
$$= T(2C; f-x) + \log\left|\frac{1}{f(0)-x}\right|$$
$$\leqq T(2C; f) - \overset{+}{\log}|f(0)| + \log\left|\frac{1}{f(0)-x}\right|$$
$$+ \overset{+}{\log}|f(0)| + \overset{+}{\log}|x| + \log 2,$$

d'où, en supposant la distance sphérique de $f(0)$ et x supérieure à $1/4$,

$$n\left(2C; \frac{1}{f-x}\right)\log 2 \leqq T(2C; f) - \overset{+}{\log}|f(0)| + \text{const.} \tag{1}$$

Il y a toujours des x de ce genre, car nous sommes dans un cercle de remplissage. Par conséquent

$$T(2C; f) - \overset{+}{\log}|f(0)|$$

est d'ordre $\geqq \lambda$ *quel que soit* O intérieur à Γ.

(¹) Pour ces directions, voir M. Valiron, *Ann. di Mat.*, 2, 1931, p. 273-285.

Passons à la dérivée; on a

$$(2)\qquad m\left(2C;\frac{1}{f-x}\right)\leq m\left(2C;\frac{1}{f'}\right)+m\left(2C;\frac{f'}{f-a}\right).$$

Or, d'après M. R. Nevanlinna (¹), si $r=$ rayon de C, $f(o)\neq a$, $r<R$,

$$(3)\qquad m\left(2C;\frac{f'}{f-a}\right)\leq 24+3\overset{+}{\log}\left|\frac{1}{f(O)-a}\right|+2\overset{+}{\log}\frac{1}{2r}$$
$$+4\overset{+}{\log}2R+3\overset{+}{\log}\frac{1}{2R-2r}+4\overset{+}{\log}T(2R;f-a).$$

D'ailleurs

$$(4)\qquad m\left(\frac{1}{f-a}\right)=T(f-a)-N\left(\frac{1}{f-a}\right)-\log|f(O)-a|$$
$$\geq T(f)-\overset{+}{\log}|f(O)|-N\left(\frac{1}{f-a}\right)-2\overset{+}{\log}|a|-2\log 2.$$

Donc en tenant compte de (1), (2), (3), (4),

$$n\left(2C;\frac{1}{f-x}\right)\log 2-N\left(2C;\frac{1}{f-a}\right)$$
$$\leq m\left(2C;\frac{1}{f'}\right)+2\overset{+}{\log}|a|+3\overset{+}{\log}\left|\frac{1}{f(O)-a}\right|+\text{const.}$$
$$+2\overset{+}{\log}\frac{1}{2r}+4\overset{+}{\log}2R+3\overset{+}{\log}\frac{1}{2R-2r}+4\overset{+}{\log}T(2R;f).$$

Il y a évidemment des points O extérieurs aux cercles de Boutroux-Cartan de $f=a$ et pour lesquels $|f(O)-a|<1$; on a alors

$$N\left(2C;\frac{1}{f-a}\right)<\text{const.}\,n\left(2C;\frac{1}{f-a}\right),$$

ce qui entraîne

$$m\left(2C;\frac{1}{f'}\right)>\text{const.}\,n\left(2C;\frac{1}{f-x}\right)-\text{const.}\,n\left(2C;\frac{1}{f-a}\right)-\text{const.}$$

Si donc le premier terme du second membre emporte, on voit que sur la circonférence 2C il y a un point P au moins pour lequel $f'(P)$ est très petit. On peut choisir r de façon que P soit extérieur aux cercles de Boutroux-Cartan de $f'(f'-1)=0$. Soit Q un point extérieur aux mêmes cercles et tel que $f'(Q)$ soit d'ordre $\geq\lambda$ (il y en a une infinité). On en

(¹) *Le théorème de Picard-Borel*, Paris, p. 61.

déduit d'après une méthode de M. Valiron [1] l'existence dans les environs de la droite PQ d'un centre de cercle de remplissage d'ordre $\geq \lambda$ pour $f'(z)$.

En suivant une méthode que j'ai employée ailleurs [2] on voit de même que :

II. *Si une fonction* D *d'ordre réel moyen* $\lambda > 0$ *de divergence d'une fonction entière* $f(z)$ *est en même temps d'ordre réel* λ *de convergence pour* $f(z) - a$, D *est aussi une direction d'ordre réel moyen* λ *de divergence pour* $f'(z)$.

En particulier :

III. *Si une direction entière* $f(z)$ *d'ordre fini* ρ *admet une valeur exceptionnelle de Picard ou de Borel, les directions de Borel d'ordre* ρ *de* $f(z)$ *sont aussi directions de Borel d'ordre* ρ *pour* $f'(z)$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les domaines de méromorphie.* Note de M. **P. Thullen**, présentée par M. Gaston Julia.

Nous nous plaçons dans l'espace de deux variables complexes

$$w = u + iv, \qquad z = x + iy.$$

Rappelons qu'un domaine est dit *domaine d'holomorphie* si c'est le domaine total d'existence d'une fonction holomorphe; on définit de même les *domaines de méromorphie*. On sait que tout domaine d'holomorphie est un domaine de méromorphie [3], mais on ignore si la réciproque est vraie.

Mais bornons-nous aux *domaines de Reinhardt*, c'est-à-dire aux domaines qui admettent le groupe de transformations, à deux paramètres réels θ_1 et θ_2,

$$w' = w\, e^{i\theta_1}, \qquad z' = z\, e^{i\theta_2},$$

et qui contiennent le centre $w = z = 0$. On connaît le théorème :

Pour qu'un domaine de Reinhardt D *soit un domaine d'holomorphie, il*

---

[1] Déjà cité.

[2] *Bull. Soc. math.*, 61, 1933, p. 246-252.

[3] Voir H. Cartan-Thullen, *Math. Annalen*, 106, 1932, p. 617-647, notamment page 634.

faut et il suffit qu'il soit « convexe » (¹) *par rapport à la famille des hyperboles*

$$|w|^{\alpha}.|z|^{\beta} = c \qquad (\alpha, \beta, c > 0).$$

Nous dirons brièvement : « D *est convexe-hyperbolique* ».

Une étude plus approfondie de cette convexité montre qu'elle caractérise non seulement les domaines d'holomorphie (de Reinhardt), mais encore les *domaines de méromorphie* (de Reinhardt). On a, en effet, le théorème :

Théorème 1. — *Pour qu'un domaine de Reinhardt soit un domaine de méromorphie, il faut et il suffit qu'il soit convexe-hyperbolique.*

On en déduit aussitôt :

Corollaire. — *Si un domaine de Reinhardt est un domaine de méromorphie, c'est aussi un domaine d'holomorphie.*

Cette proposition est en rapport étroit avec la suivante, plus importante encore :

Théorème 2. — *Si un domaine de Reinhardt* D *est pseudo-convexe, — c'est-à-dire si à chaque point frontière* Q *on peut associer un morceau de variété analytique* $g_Q(w, z) = 0$ *passant par* Q [g_Q étant holomorphe dans un voisinage U(Q) du point Q], *et cela de façon que le domaine commun à* D *et* U(Q) *ne contienne aucun point de cette variété, — alors* D *est un domaine d'holomorphie.*

Ce théorème (ainsi que le corollaire du théorème 1) n'était démontré, jusqu'à présent, que dans le cas où la frontière de D peut se mettre (localement) sous la forme $f(u, v, x, y) = 0$, f admettant des dérivées partielles continues des deux premiers ordres. Si un tel domaine est pseudo-convexe, f satisfait à l'inégalité différentielle de E. E. Levi, qui, dans le cas d'un domaine de Reinhardt, se confond (²) avec la propriété fondamentale des rayons de convergence associés d'une série entière à deux variables (Hartogs).

Les domaines de Reinhardt forment ainsi la première classe de domaines

---

(¹) *Loc. cit.*, p. 641. On trouvera plus de détails et des indications bibliographiques dans l'exposé : Behnke-Thullen, *Ergebnisse der Math. und Grenzgeb.*, III_3, 1934, Berlin; voir Chap. III, § 1, et Chap. IV, § 3. Ajoutons qu'un travail récent de MM. Behnke et Peschl, qui paraîtra bientôt, contient de nouvelles recherches sur ce genre de questions.

(²) Voir, par exemple, Julia, *Acta mathematica*, 47, 1926, p. 53-115. Voir aussi, dans le livre de Behnke-Thullen cité plus haut, les pages 54-55.

pour lesquels on sait démontrer que la pseudo-convexité (locale) est une condition suffisante pour qu'ils soient domaines d'holomorphie, sans faire la moindre hypothèse restrictive sur la frontière.

Le théorème 2 entraîne aussi la conséquence intéressante que voici :

Si B *désigne un domaine pseudo-convexe situé à distance finie, et* M *un point quelconque intérieur à* B, *le plus grand domaine de Reinhardt qui a* M *pour centre et est intérieur à* B *est un domaine d'holomorphie.*

La réciproque est-elle vraie? C'est là une question à laquelle il semble difficile de répondre. Si l'on pouvait conclure par l'affirmative, le problème de Levi se trouverait résolu dans toute sa généralité.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur une nouvelle méthode d'investigation d'un écoulement au voisinage immédiat des parois par auto-inscription des filets fluides.* Note (¹) de M. **L. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

Dans le but d'étudier les particularités de l'écoulement d'un liquide au voisinage immédiat d'une paroi, j'ai été amené à chercher une méthode d'investigation qui ne produise aucune perturbation spécifique susceptible de se superposer à l'écoulement général. J'ai donc éliminé *a priori* l'emploi :

1° de surfaces enduites d'une couche relativement mince d'une substance appropriée et sur lesquelles doit se graver l'écoulement;

2° de surfaces saupoudrées d'une matière dont les grains s'orientent plus ou moins parallèlement aux filets fluides en formant des spectres.

Une perturbation parasite peut en effet prendre naissance au voisinage d'une paroi ainsi modifiée, s'amplifier et se continuer dans tout le domaine à étudier détruisant ou déformant le phénomène principal. Le risque en sera particulièrement grand puisque, au voisinage des parois, le gradient de vitesse est considérable.

Aussi me suis-je attaché à rechercher l'inscription automatique de la trace de l'écoulement sur une paroi solide sans modifier son état physique.

La méthode consiste à rendre *les parois sensibles à l'action des filets fluides* grâce à une réaction chimique qui amènera un changement de couleur de la surface sensibilisée tout en laissant intact son état physique.

Des essais variés m'ont conduit à utiliser la réaction de l'iode sur l'argent

(¹) Séance du 29 octobre 1934.

métallique : la paroi est recouverte d'une mince pellicule d'argent réduit de couleur noire (gélatino-bromure d'argent exposé et développé), et les filets sont constitués d'une solution d'iode dans l'iodure de potassium. L'argent réduit sera dissous par l'iode des filets passant près de la paroi, et ceux-ci laisseront une trace blanche sur tout leur parcours; l'expérience terminée, on dissoudra l'iodure formé dans l'hyposulfite de sodium. La surface ainsi traitée reste parfaitement lisse à la définition du grain près.

Voici quelque résultats obtenus avec la méthode de l'iode.

1° *Écoulement au voisinage d'un cylindre placé entre deux glaces parallèles.* — On connaît le curieux phénomène des enroulements prenant naissance en amont d'un tel obstacle ([1]) et l'on sait également que le décollement se fait suivant un processus fort compliqué ([2]). La méthode de l'iode m'a immédiatement fourni la forme de la







ligne de décollement : en injectant l'iodure dans le sillage de l'obstacle toute la partie correspondante de la surface latérale du cylindre sera décolorée.

La photographie (*a*) représente le développement de cette surface coupée suivant la génératrice de bifurcation amont. L'iode ayant seulement agi dans une demi-région du sillage, on ne voit que la moitié des lignes de décollement, l'autre moitié symétrique a été ajoutée. On remarquera la netteté frappante de la ligne de décollement,

([1]) R. Thiry et L. Sackmann, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 759.

([2]) L. Sackmann, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1716, et **197**, 1933, p. 898.

définissant ainsi un passage brusque et rigoureusement permanent de la région amont de l'obstacle à la région aval du sillage.

La photographie (*b*) montre l'écoulement au voisinage des glaces limitant le même cylindre. On connaît l'existence des plages (¹) entourant le cylindre et engendrées par des filets fluides remontant le courant général. La méthode de l'iode m'a permis d'obtenir la forme géométrique exacte de ces plages, mais elle m'a fourni en outre des renseignements nouveaux quant à la structure de l'écoulement au voisinage de ces régions : on remarque une série de courbes concentriques partageant les plages en autant de zones distinctes. Il est permis de conclure que le gradient des vitesses dans les dernières pellicules fluides de la couche limite obéit à des lois variant avec l'endroit de la plage. Des nouvelles expériences pour élucider cette question sont en cours.

2. *Écoulement au voisinage d'une maquette de pile de pont.* — La photographie (*c*) est l'analogue de la photographie (*a*), mais l'obstacle est un cylindre circulaire dans un écoulement à niveau libre de 6^{cm} d'épaisseur.

On peut remarquer comme précédemment la netteté de la ligne de décollement, sa partie rectiligne vers les régions centrales, sa déformation à la surface libre et près du fond du canal. Un filet d'iodure émis en amont de l'obstacle et tout près du niveau libre a inscrit très nettement la ligne de stagnation sur la pile de pont.

La méthode de l'iode est donc un moyen précieux d'investigation. Elle constitue aussi une méthode de mesure très précise par exemple pour l'étude des angles de décollement. Elle peut être utilisée facilement pour l'étude d'obstacles plus compliqués et être d'un emploi intéressant pour l'étude des surfaces rugueuses ou de certains phénomènes non permanents, mais présentant par leur périodicité une certaine régularité telle que le mécanisme de décollement.

ASTROPHYSIQUE. — *Étude photométrique de l'éclat de l'amas d'étoiles* M. 13. Note de MM. **Constantin Sălceanu** et **Călin Popovici**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'étude photométrique des astres ayant un diamètre apparent peut se faire suivant une méthode proposée par Ch. Fabry (²) et destinée en premier lieu à la mesure de l'éclat intégral du ciel étoilé. Quoique reconnue comme la meilleure méthode photographique pour l'étude de l'éclat des nébuleuses et des amas d'étoiles, nous ne lui connaissons aucune application dans ce but.

(¹) R. Thing et L. Sackmann, *loc. cit.*

(²) *Astrophysical Journal*, 31, 1910, p. 394-403.

Nous avons appliqué la méthode de Fabry à l'Observatoire de Bucarest pour déterminer la grandeur photographique et photo-vizuelle de l'amas M.13 afin de vérifier sa précision, en vue d'une étude photométrique systématique de ces astres. L'instrument employé est l'équatorial Prin de l'Observatoire, de 38^{cm} de diamètre et 6^{m} de distance focale. L'oculaire est composé d'un triplet achromatique commandé spécialement en vue de cet emploi. Les étoiles de comparaison ont été photographiées à l'aide d'un diaphragme circulaire de 2^{mm} de diamètre, tandis que l'amas avec un diaphragme de 14^{mm} de diamètre, correspondant sur le ciel à 8′. Pour déterminer la grandeur photo-visuelle, nous avons employé un écran jaune G.G.11 Zeiss, transparent à partir de $500^{m\mu}$ et qui vers $644^{m\alpha}$ laisse passer encore 0,92 de lumière incidente. Nous avons utilisé en même temps les plaques panchromatiques Agfa Superpan, sensibles juqu'au delà de $670^{m\mu}$.

Tant l'amas que les étoiles de comparaison ont donné sur les plaques des images circulaires de $1^{mm},7$ de diamètre, parfaitement identiques comme forme et homogènes comme noircissement. Nous devons faire une mention spéciale sur cet avantage de la méthode de Fabry. Ces images peuvent être mesurées au microphotomètre (Moll), ce qui n'était pas possible pour les images dues à la méthode de la chambre à court foyer.

Nous avons fait six mesures de grandeur photographique, dans l'intervalle 31 août-7 octobre. Nous indiquerons seulement celle du 30 septembre, et pour les trois grandeurs photo-visuelles (1, 5, 7 octobre) celle du 5 octobre.

Astre.	Distance zénithale vraie.	Grandeur d'étoiles corrigée.	Valeur au microphotomètre.	Grandeurs brutest.	Corrigé d'absorpt.	Correction prov.	Grandeur déduite M.13.
		Grandeurs photographiques (30 septembre).					
3611 U...	39°.6′	6,44	118	–	–	–	–
2574 U...	42.36	6,77	77	–	–	–	–
2610 U...	41.45	7,40	32	–	–	–	–
M.13....	55.2	–	90	6,69	6,39	–0,15	6,54
		Grandeurs photo-visuelles (5 octobre).					
6237 S...	33.35	4,88	144	–	–	–	–
6123 S...	52.25	5,73	66	–	–	–	–
M.13....	54.54	–	99	5,42	5,12	–0,15	5,27

Dans la deuxième colonne nous avons spécifié le nom des étoiles de comparaison d'après le catalogue d'Upsala (U) ou bien d'après Schlesinger (S). Dans la troisième colonne nous avons donné les distances

zénithales vraies, qui ont servi à déterminer l'absorption atmosphérique, en employant les tables de Wirtz. La quatrième colonne comprend les grandeurs des étoiles de comparaison, corrigées pour l'absorption atmosphérique et la reduction des grandeurs visuelles du catalogue Schlesinger à l'échelle photo-visuelle. Les lectures au microphotomètre se lisent dans la cinquième colonne.

Tant l'amas que les étoiles de comparaison ont été photographiés avec le même temps de pose de 5 à 7 minutes pour les grandeurs photographiques et de 15 à 20 minutes pour les grandeurs photo-visuelles. Par interpolation, nous avons déduit l'éclat brut de l'amas M.13 (6e colonne). Si nous exceptons la mesure du 17 septembre viciée par la présence de la Lune au-dessus de l'horizon, toutes les autres valeurs sont toutes rapprochées. Les grandeurs photographiques brutes oscillent entre $6^m,65$ et $6^m,74$, ayant comme moyenne $6^m,70$. La grandeur photographique intégrée de cet amas est d'après Vyssototsky-Williams $6^m,7$. Cette valeur brute peut être interprétée comme une compensation de l'absorption avec la luminosité de l'atmosphère.

Nous avons essayé de déterminer l'effet de la luminosité de l'atmosphère, en photographiant la même étoile à l'aide de deux diaphragmes différents et en choisissant l'étoile aussi isolée que possible de ses voisines pour empêcher leurs images de pénétrer dans les diaphragmes trop grands. Sur le cliché du 7 octobre nous avons obtenu pour l'étoile 6388 S une différence d'éclat de $0^m,13$, la moitié de la valeur de l'absorption d'après Wirtz. Nous avons calculé la correction provisoire des grandeurs brutes en considérant que la luminosité du ciel compense la moitié de l'absorption atmosphérique. Le résultat obtenu est $6^m,59$ (9e colonne, valeur moyenne). La différence de $0^m,11$ met en discussion l'erreur qui pouvait provenir de la dissymétrie de l'emploi de deux diaphragmes différents, erreur d'autant plus grande que la lumière diffuse de l'atmosphère est plus grande. Il est donc nécessaire de déterminer la correction de luminosité pour chaque cas, afin d'obtenir une valeur définitive. Dans des grandes limites la marche de cette correction paraît être parallèle à celle de l'absorption atmosphérique.

La grandeur photo-visuelle obtenue est $5^m,13$ et dans le cas d'une compensation de l'effet d'absorption avec la luminosité, $5^m,37$, qui donne comme indice de couleur les valeurs 1,46 et 1,37, correspondant au type spectral K, en discordance avec la valeur de Vyssototsky-Williams, qui donnent la valeur $0^m,68$, désaccord expliqué par la différence des écrans et des plaques employées.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les lois de l'évaporation.* Note de M. **Missenard-Quint**, présentée par M. L. Lecornu.

Les lois quantitatives de l'évaporation d'un liquide, et de l'eau en particulier, à la surface d'un corps quelconque, semblent ne pas avoir fait l'objet de nombreuses recherches expérimentales.

I. On sait qu'en considérant la surface de séparation S d'un liquide qui s'évapore et de l'atmosphère ambiante immobile, on est conduit, par des considérations d'analogie avec le phénomène de l'écoulement des fluides à faible vitesse et la diffusion des solutions, à prendre comme hypothèse initiale en atmosphère immobile la relation

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = \mathrm{AV}\rho_1\rho_2,$$

où $\partial p_1/\partial z$ désigne le gradient de la pression du fluide dans la direction de la normale à la surface, V la vitesse de diffusion, ρ_1 le poids spécifique de la vapeur, ρ_2 le poids spécifique de l'atmosphère ambiante, A une constante.

Cette hypothèse conduit à l'expression suivante de la masse de fluide évaporée, dans le temps dt, par l'élément de surface $d\mathrm{S}$, lorsque l'atmosphère ambiante est immobile

$$dm = -\mathrm{K}\frac{\partial p_1}{\partial z}\,d\mathrm{S}\,dt,$$

où

$$\mathrm{K} = \frac{1}{\mathrm{A}\rho_2}.$$

Des raisonnements, analogues à ceux de Fourier pour la chaleur, conduisent à l'équation différentielle suivante, lorsque l'atmosphère est animée des vitesses u, v, w,

$$\mathrm{B}\,\Delta p_1 = \frac{\partial p_1}{\partial t} + u\frac{\partial p_1}{\partial x} + v\frac{\partial p_1}{\partial y} + w\frac{\partial p_1}{\partial z},$$

B étant une constante.

Des considérations d'analogie avec les lois de convection conduisent à exprimer la masse d'eau évaporée (par unité de surface et dans l'unité de temps) de la façon suivante :

$$\mathrm{M} = \beta\frac{(\mathrm{F}-f)}{\mathrm{H}-\mathrm{F}}$$

en désignant par :

F la tension de la vapeur à la surface du corps,
f la tension de cette vapeur dans l'atmosphère ambiante,
H la pression propre de l'atmosphère,

où le coefficient β dépend, non seulement des caractéristiques de l'atmosphère ambiante, mais aussi de la vitesse relative du corps et de cette atmosphère, aux différents points de la surface, donc aussi de la forme et des dimensions du corps.

Cette vitesse peut être due à une cause étrangère, ou aux variations de densité de l'atmosphère ambiante.

II. Nous avons cherché à préciser les analogies entre la convection et l'évaporation, et nous sommes arrivé, théoriquement et expérimentalement, à établir une relation entre le coefficient β défini précédemment, et le coefficient de convection α dans les mêmes conditions, défini par la relation

$$Q = \alpha(T - t),$$

Q étant la quantité de chaleur transmise,
T et t, les températures respectives de la surface du corps et de l'atmosphère ambiante.

Nous avons trouvé la relation $\beta = \alpha\delta/C$ où δ est la densité de la vapeur, et C la chaleur spécifique à pression constante, de l'atmosphère ambiante.

Dans le cas de la vapeur d'eau s'évaporant dans l'air $\beta = 2,6\alpha$ le poids d'eau évaporée étant exprimé en kilogrammes, et la quantité de chaleur en grandes calories, les températures en degrés centigrades.

III. Les vérifications expérimentales ont été de diverses sortes :

1° constatation de la proportionnalité de l'évaporation et de la convection, lorsque la *vitesse* de l'air varie au contact du corps humide. En particulier constance de l'indication d'un thermomètre humide, protégé contre le rayonnement, lorsque *la vitesse de l'air varie et quelle que soit la forme du corps humide servant de thermomètre;*

2° mesures *directes de la quantité d'eau évaporée*, et comparaison avec les quantités de chaleur transmises par convection, déduite des lois expérimentales admises.

Pour conclure, il résulte de ces recherches, que l'on peut utiliser pour le calcul de l'évaporation, les coefficients de convection établis, dans ces cinquante dernières années, par Péclet en France, et les expérimentateurs allemands, en particulier Nüsselt, Rietschel et Reiher.

ÉLECTRICITÉ. — *Lois du dégagement d'électricité par torsion dans le quartz (strépho-électricité).* Note [1] de M. **Edgar Pierre Tawil**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'avais dans une précédente Note [2] signalé que la torsion d'un cylindre de quartz autour de son axe optique provoquait un dégagement d'électricité. Je viens aujourd'hui apporter des précisions sur les lois qui régissent ce phénomène.

Considérons un cylindre de quartz à base circulaire dont la génératrice est parallèle à l'axe ternaire du cristal :

1° Quand on exerce une torsion autour de cet axe, on obtient un dégagement d'électricité sur l'enveloppe du cylindre et un dégagement de signe opposé sur ses bases. Le dégagement qui se manifeste sur les bases a pour origine la région axiale du cylindre.

2° Si en effet on exerce la torsion sur un cylindre creux, les surfaces intérieures et extérieures se chargent respectivement de quantités d'électricité égales et de signes contraires. Les charges sont uniformément réparties.

3° Les signes du dégagement sont liés au sens de la torsion et au signe de la rotation optique du quartz. La surface extérieure du cylindre se charge d'électricité positive quand la torsion s'exerce dans le sens de sa rotation optique. La surface intérieure se charge d'électricité négative. Quand la torsion s'exerce dans le sens opposé, les signes du dégagement s'inversent. Quand on supprime le couple, le cristal, en reprenant sa position d'équilibre, dégage des charges de signes inverses qui annulent les charges primitives.

4° La quantité d'électricité dégagée est :

a, proportionnelle au moment du couple;

b, proportionnelle à la longueur du cylindre;

c, inversement proportionnelle à la surface de la couronne du cylindre creux.

La quantité du dégagement Q en valeur absolue est

$$Q = K \frac{CL}{\pi(R^2 - r^2)},$$

où K est une constante, L la longueur du cylindre, C le moment du couple.

---

(1) Séance du 5 octobre 1934.

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1042.

J'ai trouvé que, pour un couple de 1 kg/cm, une longueur et une surface de couronne égales à l'unité

$$K = 0,12 \text{ u. e. s. C. G. S.}$$

Dans cette formule le dégagement est fonction, entre autres, de $\pi(R^2 - r^2)$, c'est-à-dire de la surface de la couronne; or, tout en maintenant cette surface constante, les valeurs que l'on peut assigner à R et r sont infinies. Dans ce cas, l'angle de torsion, les surfaces des enveloppes, l'épaisseur de la couronne, la capacité électrique variant en fonction des rayons, on peut se demander si K ne varie pas aussi. Cette variation, si elle existe, ne doit cependant pas être importante, car, dans la limite des dimensions que l'on peut pratiquement donner aux cylindres de quartz, elle passe inaperçue ou se confond avec les erreurs qui s'introduisent dans les mesures du dégagement. Ces erreurs, presque inévitables, proviennent notamment des macles que l'on arrive rarement à éliminer entièrement dans des cristaux de quartz un peu volumineux et de la difficulté de tailler des cylindres creux de révolution parfaite et exactement centrés.

Toutefois, lors de mes expériences qui ont porté sur des cylindres creux de différentes dimensions prélevés dans des cristaux droits et gauches presque purs, l'écart maximum des mesures du dégagement n'a pas dépassé 0,02.

Je tiens à ajouter que MM. Ny Tsi Ze et Tsien Ling Chao ont bien voulu dans une Note ([1]), confirmer ma Communication de 1928 en en reproduisant textuellement l'essentiel. Ils s'étonnent cependant de trouver une distribution inégale des charges sur l'enveloppe d'un cylindre plein soumis à la torsion. Ils ont trouvé que les charges sur la surface latérale étaient plus accusées aux extrémités que vers le milieu du cylindre. Cela est exact et s'explique par le fait que dans un cylindre plein on ne peut recueillir toutes les charges intérieures. Les charges dégagées sur la surface latérale ne peuvent qu'être égales à celles qui ont pu s'extérioriser de la région axiale. Cette extériorisation vers les bases s'effectue d'autant plus facilement que l'on se rapproche des extrémités. La forme rationnelle pour recueillir la totalité du dégagement est donc bien celle que j'avais préconisée dans ma Note précédente, c'est-à-dire le cylindre creux.

([1]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1395.

ÉLECTROCHIMIE. — *Mécanisme de la chloruration électrochimique du benzène.* Note [1] de M. **William Jeunehomme**, présentée par M. G. Urbain.

M. Jayles [2] signale qu'il est possible de chlorer le benzène par électrolyse en milieu méthylique. Nous avons trouvé que cette réaction résulte de deux phénomènes simultanés : *a*, une réaction de surface (produite vraisemblablement par les atomes de chlore), et *b*, une réaction homogène (produite par les molécules de Cl^2 dissoutes dans la solution).

Lorsqu'on électrolyse une solution d'acide chlorhydrique dans du méthanol contenant du benzène, on constate la présence du chlore libre dans l'anolyte. Lorsqu'on interrompt le courant, ce corps disparaît avec une vitesse V proportionnelle à sa concentration c,

$$V = \frac{dc}{dt} = -kc, \tag{1}$$

où k est une constante et t le temps. Des essais sur des solutions de diverses concentrations nous ont permis de vérifier la formule (1) avec une exactitude de ± 2 pour 100. Une solution d'acidité 5,7 N contenant 43 pour 100 de benzène (en volume) par exemple a donné pour k à $20 \pm 1°$ C. la valeur constante de 1,29 (heures)$^{-1}$. Les catalyseurs (fer, iode) n'influencent pas la vitesse de réaction. Elle diminue par contre fortement si l'on diminue l'acidité.

Il est possible de calculer le poids p de chlore qui se trouverait dissous dans l'anolyte après une électrolyse de plusieurs heures si la réaction homogène (1) agissait seule. Les valeurs expérimentales ne concordent pas avec les valeurs calculées. Il faut donc admettre l'existence d'un autre processus qui est une réaction de surface. Dans la cellule d'électrolyse (*fig.* 1) (A est l'anode en platine, C la cathode en charbon), soit V le volume RB de l'anolyte et p le poids de Cl^2 qui s'y trouve après plusieurs heures d'électrolyse. Il est clair que le poids de Cl^2 qui entre dans V pendant un temps dt, diminué de celui qui quitte V par diffusion à travers la couche B ou par la réaction homogène [dont la vitesse est donnée par l'équation (1)] est égal à l'accroissement de p soit $dp/dt\,dt$. L'expérience prouve que le poids qui diffuse à travers la couche B est négligeable quand AB $>$ 15^{cm}.

---

(1) Séance du 5 novembre 1934.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 686.

On a alors

$$(2)\qquad M(qi-a)=kp+\frac{dp}{dt},\quad \text{d'où}\quad p=Me^{-kt}\int_0^t e^{kt}(qi-a)\,dt$$

[M = poids atomique du chlore, q = coefficient de Faraday, i = intensité du courant et $k=1,29$ en vertu de l'équation (1) et $-a$ est le nombre de molécules qui réagissent sur la surface en 1 heure].

Sur la figure 2 nous avons tracé les courbes calculées en supposant

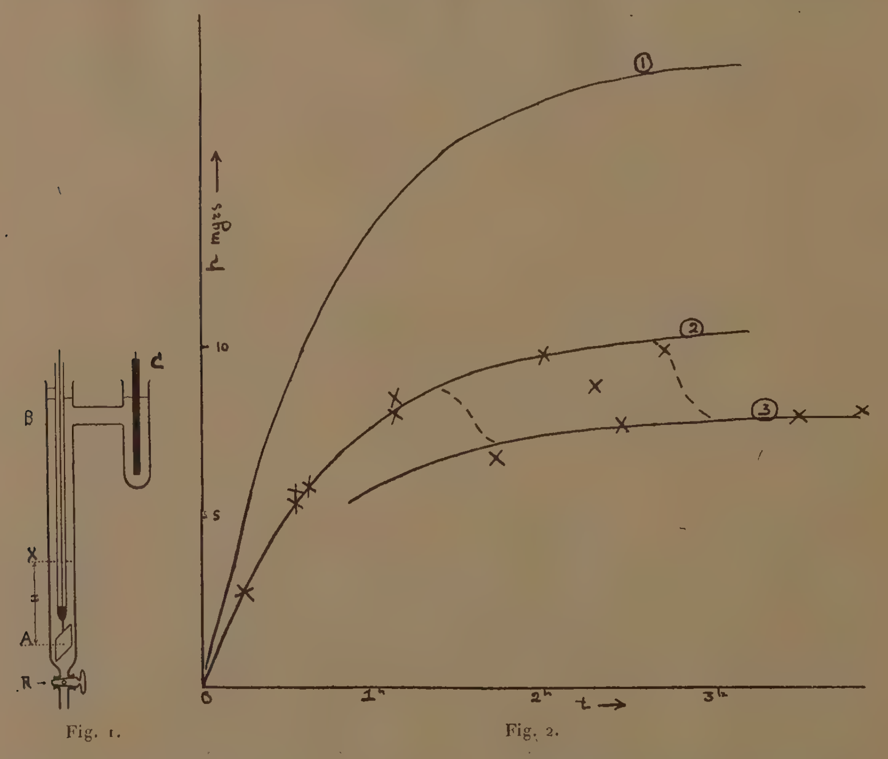


Fig. 1. Fig. 2.

que $a=0$ (courbe 1), $a=0,91\times 10^{-3}$ mol/heure = const. (courbe 2) et $a=1,52\times 10^{-3}$ (courbe 3) et nous avons porté les valeurs trouvées expérimentalement à l'aide de la solution étudiée plus haut, la densité du courant était 1 amp/dm². On voit que la courbe 1 n'est pas vérifiée. Il y a donc une réaction de surface. Lorsque $t<1^h45^m$, les points vérifient la courbe 2, donc la vitesse de la réaction de surface est constante et égale à $0,91\times 10^{-3}$ mol/heure. Entre 1^h45^m et 2^h45^m, les résultats sont incer-

tains. Enfin, pour $t > 2^h 45^m$, a est égal à $1,52 \times 10^{-3}$. Une fraction des atomes de chlore déchargés par le courant réagissent donc sur la surface de l'électrode. Cette fraction augmente brusquement après environ 2 heures, ce qui correspond probablement à une diminution de l'énergie d'activation de la réaction ion Cl → Cl adsorbé.

Enfin le reste des atomes déposés forme les molécules Cl^2 qui diffusent dans la solution et y réagissent en suivant les lois des réactions homogènes.

Nous avons obtenu des résultats semblables avec des solutions contenant plus ou moins d'acide et de benzène. Toutes ces réactions donnent principalement du monochlorobenzène comme produit final. Le rendement du courant en C^6H^5Cl atteint 85 pour 100. Nous avons décelé de plus la présence de $C^6H^4Cl^2$, $C^6H^6Cl^6$ et de phénols chlorés.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le comportement cathodique des sels organiques de cuivre. Étude de l'électrolyse en fonction du temps.* Note de M. G. **Kravtzoff**, présentée par M. G. Urbain.

Pour compléter les observations antérieures ([1]) sur l'électrolyse des sels organiques de cuivre, des expériences ont été effectuées sur des solutions de formiate, d'acétate et de sulfate de cuivre, en opérant avec les densités de courant suivantes : 10, 50 et 500 m.A./dm². Les temps d'électrolyse s'échelonnaient de 15 minutes à 24 heures. Nous avons mesuré également à l'électrode de verre les pH des solutions avant et après l'électrolyse.

Tableau I (formiate de cuivre à 15g de Cu ‰, pH initial : 5,3).

D. C. en m.A./dm².		Durée d'électrolyse. 24h.	6h30m.	2h.	1h.	15min.
10	$Cu_{tot.}/Cu_{volt.}$	1,36	–	–	1,7	–
50	$Cu_{tot.}/Cu_{volt.}$	1,36	1,4	1,4	1,6	–
	pH final	4,3	4,5	4,8	5,0	–
500	$Cu_{tot.}/Cu_{volt.}$	1,15	1,23	1,28	1,3	1,3
	pH final	3,9	4,1	4,4	4,5	4,7

([1]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 137.

TABLEAU II (acétate de cuivre à 15g de Cu ‰, pH initial : 5,5).

D. C. en m.A./dm².		Durée d'électrolyse. 18h.	4h30m.	2h.	1h.	20min.
50	$Cu_{tot.}/Cu_{volt.}$	1,76	1,76	1,86	–	–
	pH final	5,1	5,5	5,5	–	–
500	$Cu_{tot.}/Cu_{volt.}$	1,31	1,46	1,48	1,52	1,54
	pH final	4,5	5,2	5,3	5,4	5,4

Les données portées dans les tableaux précédents montrent que la teneur en oxyde cuivreux [1] est d'autant plus grande que la durée d'électrolyse est plus courte; au fur et à mesure que l'électrolyse se prolonge, la proportion d'oxyde cuivreux et le pH diminuent. Ce phénomène s'explique en gros de la manière suivante : au début, la réduction du sel cuivrique est prédominante, mais l'hydrolyse du sel cuivreux formé donne de l'acide et de l'oxyde cuivreux qui se dépose à la cathode; la concentration en acide augmente de ce fait et favorise la décharge de l'ion cuivrique. Nous retrouvons ainsi les deux processus mentionnés par Foerster et Seidell, lors de l'électrolyse du sulfate de cuivre, à savoir :

$$Cu^{++} \rightarrow Cu^{+} + \oplus \xrightarrow{H^2O} Cu^2O \quad (1),$$

$$Cu^{++} \rightarrow Cu + 2\oplus \quad (2).$$

L'existence de ces deux mécanismes a été confirmée par l'étude des courbes potentiel cathodique-temps, faites au moyen d'un potentiomètre enregistreur Leeds et Northrup.

Les courbes présentent deux paliers dont le premier diminue au fur et à mesure que la densité de courant augmente. Dans la courbe se rapportant au formiate de cuivre et à une densité de courant de 10 m.A./dm², la longueur du premier palier correspond à une électrolyse d'une heure; nous avons alors fait, avec une solution identique, une électrolyse dans les mêmes conditions; nous avons trouvé un rapport Cu tot./Cu volt = 1,70 qui correspondrait approximativement à une teneur de 90 pour 100 en Cu^2O. Ceci implique que durant le premier palier le processus de réduction domine, mais que c'est la décharge de l'ion cuivrique qui est la réaction principale

(1) La teneur en Cu^+ est approximativement le double de la différence entre le poids du cuivre total et le poids du cuivre déposé au voltamètre.

pour le deuxième palier; il s'ensuit que la proportion de Cu^2O diminue avec la durée de l'électrolyse.

Par contre, dans la courbe du sulfate de cuivre (solution de même concentration en Cu que celle du formiate), nous n'avons pas ces deux paliers. Or, nous savons que de telles solutions donnent pratiquement peu de Cu^2O à froid.

Nous avons pu montrer que la formation de Cu^2O était un phénomène *purement cathodique* de la manière suivante : nous avons mis en série deux cellules électrolytiques et un voltamètre à cuivre; dans l'une des cellules, le compartiment cathodique était séparé du compartiment anodique par un vase poreux entouré de cellophane; après l'électrolyse, les poids des dépôts étaient égaux entre eux et supérieurs au poids du cuivre recueilli au voltamètre, ce qui exclut un transport de Cu^2O de l'anode vers la cathode.

OPTIQUE. — *Nouvelle méthode d'analyse spectrale des courbes non périodiques.* Note (¹) de M. **M. Lévy**, présentée par M. Brillouin.

J'ai démontré (²) que toutes les méthodes d'analyse harmonique (par le calcul, à l'aide d'analyseurs mécaniques, etc.) pouvaient s'appliquer à l'analyse spectrale (spectre des intensités) des courbes n'ayant pas de périodicité apparente : il suffit de faire l'analyse harmonique pour quelques tranches égales de la courbe (5 à 6 en général) réparties au hasard, et de prendre la moyenne des intensités pour chacune des composantes harmoniques ainsi obtenues; ces valeurs définissent une série de points équidistants du spectre des intensités.

Je me propose de montrer maintenant que le procédé d'analyse harmonique indiqué par Madelung (³) peut se généraliser, et permet d'obtenir en une *seule opération*, et d'une façon continue, le spectre des intensités d'une courbe donnée.

Voici en quoi consiste la suggestion de Madelung :

Considérons une fenêtre de diffraction limitée par l'axe des x, une période de la courbe $Y = f(x)$ (longueur $2l$) et deux ordonnées limitant cette période. Un faisceau incident, parallèle à Oz, tombe sur la fenêtre. Observons le spectre de diffraction dans le plan focal d'une lentille, le long d'une droite D située dans le plan xOz et parallèle à Ox; l'intensité en un point M de D est proportionnelle à $(S^2 + C^2)$ où S et C sont définis par les

(¹) Séance du 29 octobre 1934.

(²) Note au Service des Recherches de l'Aéronautique (50 pages), avril 1932.

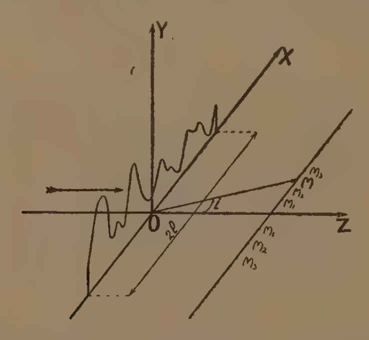
(³) Voir Germansky, *Ann. der Phys.*, 5ᵉ série, 7, 1930, p. 453.

formules classiques :

$$S(\mu)=\int_{-l}^{+l}\int_{0}^{y=f(x)}\sin\mu x\,dx\,dy=\int_{-l}^{+l}f(x)\sin\mu x\,dx,$$

$$C(\mu)=\int_{-l}^{+l}\int_{0}^{y=f(x)}\cos\mu x\,dx\,dy=\int_{-l}^{+l}f(x)\cos\mu x\,dx,$$

où $\mu=2\pi\sin i/\lambda$. On voit que les intensités de diffraction aux points M_1, M_2, ... correspondant à $\mu=\pi/l$, $2\pi/l$, ... sont proportionnelles aux intensités du fondamental et des harmoniques successifs de la courbe. D'une étude théorique et expérimentale de Germansky, il résulte qu'il est préférable d'utiliser des enregistrements à densité variable et qu'on peut alors déceler jusqu'au 100e et même 500e harmonique.



Je vais démontrer maintenant qu'on peut généraliser ce procédé et l'appliquer à l'analyse spectrale des courbes non périodiques. Considérons un enregistrement à densité variable représentant la fonction à analyser; nous supposerons, pour simplifier la démonstration, que cette fonction est de la forme $f(x)=\sum_i y_i\sin(\omega_i x+\varphi_i)$. Déroulons l'enregistrement parallèlement à OX et derrière une fente de diffraction rectangulaire de largeur $2l$ réglable. Si le spectre de diffraction est reçu par une plaque sensible, et si le déroulement est uniforme, la plaque fournira un spectre moyen; je dis que celui-ci est le spectre des intensités y_i^2 de la fonction, obtenu avec une courbe de sélectivité de la forme $[(\sin\alpha)/\alpha]^2$.

Pour cela remarquons que, lorsque l'enregistrement se déroule, $S(\mu)$ et $C(\mu)$ caractérisent des *transformations sélectives* [1], la courbe de

---

(1) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2222.

transformation étant, respectivement, $[\sin \mu x]_{-l}^{+l}$ et $[\cos \mu x]_{-l}^{+l}$. Les courbes de sélectivité correspondant à ces deux transformations sont de la forme $g(\omega)=\sqrt{A^2+B^2}$ avec les notations du travail cité plus haut. En remarquant que la première courbe de transformation est impaire et la seconde paire, on trouve, respectivement :

$$g_S(\omega)=A(\omega)=\int_{-l}^{+l}\sin \mu x \sin \omega x\, dx = l\left(\frac{\sin \varepsilon l}{\varepsilon l}-\frac{\sin(2\mu+\varepsilon)l}{(2\mu+\varepsilon)l}\right),$$

$$g_C(\omega)=B(\omega)=\int_{-l}^{+l}\cos \mu x \cos \omega x\, dx = l\left(\frac{\sin \varepsilon l}{\varepsilon l}+\frac{\sin(2\mu+\varepsilon)l}{(2\mu+\varepsilon)l}\right),$$

en posant $\omega=\mu+\varepsilon$, d'où $N=\mu/2\pi+\varepsilon/2\pi$ avec $N=\omega/2\pi$.

Puisque $f(x)=\sum_i y_i \sin(\omega_i x+\varphi_i)$, on a

$$(1)\qquad S(\mu)=\sum_i A_i y_i \cos(\omega_i x+\varphi_i), \qquad C(\mu)=\sum_i B_i y_i \sin(\omega_i x+\varphi_i);$$

d'où finalement :

$$\text{moy.}\,[S^2_{(\mu)}+C^2_{(\mu)}]=\frac{1}{2}\sum_i y_i^2(A_i^2+B_i^2)=l^2\sum_i y_i^2\left[\left(\frac{\sin \varepsilon_i l}{\varepsilon_i l}\right)^2+\left(\frac{\sin(2\mu+\varepsilon_i)l}{(2\mu+\varepsilon_i)l}\right)^2\right].$$

L'intensité moyenne de diffraction pour la direction μ s'obtient en multipliant l'intensité de chaque composante de la fonction à analyser par un coefficient fonction de la fréquence de celle-ci. L'opération est donc sélective.

PROPRIÉTÉS. — 1° *On peut démontrer que la courbe de sélectivité se confond très sensiblement, surtout pour ε petit, avec $l^2[(\sin\varepsilon l)/\varepsilon l]^2$. Elle présente un maximum prédominant pour $\varepsilon=0$ (d'où $N=\mu/2\pi$) et les fréquences passantes sont sensiblement comprises entre $\mu/2\pi-1/2l$ et $\mu/2\pi+1/2l$;*

2° *Les limites du spectre mesurable sont pratiquement $1/2l$ et $500/2l$ cycles, la bande passante étant d'environ $1/l$ cycles;*

3° *La sélectivité est d'autant plus grande que la fente est plus large;*

4° Enfin, l'équation (1) suppose que la moyenne est prise en faisant varier x de $-\infty$ à $+\infty$, mais une étude, qu'il m'est impossible de développer ici, montre qu'on obtient, dans la plupart des cas, une très bonne approximation en prenant une longueur d'enregistrement de 5 à 10 fois plus longue que la largeur $2l$ de la fente.

POLARIMÉTRIE. — *Le pouvoir rotatoire du quartz pour les rayons perpendiculaires à l'axe et sa dispersion dans l'ultraviolet.* Note de MM. **Georges Bruhat** et **Pierre Grivet**, présentée par M. A. Cotton.

Les vibrations privilégiées dans un milieu biréfringent actif sont deux vibrations elliptiques inverses, dont l'ellipticité $\varepsilon/2$ est liée au pouvoir rotatoire ρ et à la biréfringence φ par la relation $\tan g \varepsilon = \rho/2\varphi$. Pour une lame de quartz parallèle à l'axe et pour la raie D, l'angle ε est égal, d'après des mesures anciennes de Voigt et de Wever, à 14 minutes; G. Szivessy et C. Schweers [1] au contraire ont trouvé plus récemment que cet angle était trop petit pour être mesuré. Nous en avons repris la détermination, pour les radiations violettes et ultraviolettes de l'arc au mercure, par la méthode d'analyse des vibrations elliptiques que nous avons décrite ici même [2].

Pour mesurer ε, on pointe, avec l'analyseur photoélectrique à pénombre, la vibration qui sort du polariseur, on intercale la lame de quartz, on l'oriente de façon à rétablir l'égalité d'éclat, et l'on mesure l'ellipticité β_m de la vibration transmise : on a $\varepsilon = \beta_m$. Pour des erreurs de pointé de l'ordre de la minute, et à condition que le retard θ soit supérieur à 60°, l'erreur de cette mesure de ε ne dépasse pas 1 à 2 minutes.

Dans ce pointé, l'azimut α de l'axe optique du quartz par rapport au polariseur est donné par la relation $2\alpha = \varepsilon \cot \theta/2$; il varie d'une radiation à l'autre, et la mesure de ses variations permet de calculer ε lorsqu'on a mesuré θ. Cette détermination, moins précise que la précédente, n'exige pas la mesure d'une ellipticité, et nous avons pu l'employer pour des radiations de longueurs d'onde inférieures à 3000 Å, pour lesquelles notre quart d'onde de mica n'est plus suffisamment transparent.

Si l'on oriente la lame de quartz de façon que son axe fasse un angle α avec la vibration fournie par le polariseur, elle fournit une vibration d'azimut α_1 et d'ellipticité β_1 : la mesure de α_1 et de β_1 permet de déterminer ε, si l'on connaît θ; pour des valeurs faibles de α, la précision est du même ordre que dans la première méthode. Si l'on mesure les azimuts α_1 et α_2 des vibrations transmises pour des valeurs $\alpha = \pm 22°,5$, on peut calculer simultanément les valeurs de θ et de ε : on n'a pas de mesures d'ellipticité à faire, mais la précision de la détermination de ε est assez faible.

(1) *Annalen der Physik*, **1**, 1929, p. 891.

(2) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 852.

Nous avons fait des mesures de ε par ces diverses méthodes pour sept lames de quartz parallèles à l'axe : trois lames minces d'épaisseurs 169, 184 et 189$^{\mu}$, deux lames de 1^{mm} de quartz droit et de quartz gauche, deux lames de 2^{mm} de quartz droit et de quartz gauche. Toutes les mesures ont été aussi concordantes qu'on pouvait l'espérer, et ne laissent aucun doute sur le fait que *les phénomènes sont bien représentés par l'hypothèse des vibrations elliptiques privilégiées*, *les valeurs absolues des angles ε étant les mêmes pour toutes les lames*. Nous avons vérifié que, pour des lames inactives de mica, de gypse ou de spath, les mêmes mesures donnent $\varepsilon = 0$, ce résultat n'ayant d'ailleurs été obtenu pour la lame de spath qu'après un polissage aussi parfait que possible.

Les quatre lames épaisses avaient des faces latérales polies perpendiculaires à l'axe : nous avons ainsi pu mesurer leurs rotations pour des rayons parallèles à l'axe, et déterminer leurs signes avec certitude. Pour ces quatre lames, *les pouvoirs rotatoires pour des rayons perpendiculaires à l'axe sont de sens opposés aux pouvoirs rotatoires suivant l'axe*. C'est le résultat qui avait été indiqué par Voigt et Wever.

Les meilleures mesures de ε sont celles que fournissent les lames minces : les radiations qu'isole notre monochromateur ne sont pas assez monochromatiques pour que les lames de 2^{mm} aient pour elles un retard θ bien défini. Il en résulte que ces lames donnent toujours des valeurs de ε trop faibles : c'est pourquoi Szivessy et Schweers, qui employaient une portion de spectre continu, ont conclu à l'inexistence du pouvoir rotatoire. Nous donnons dans le tableau suivant, à côté de la valeur de Voigt et Wever pour $\lambda = 5893$ Å, les valeurs que donnent pour ε les moyennes de nos diverses mesures et les pouvoirs rotatoires ρ qui s'en déduisent; les valeurs de ε doivent être correctes à 1 ou 2 minutes près de $\lambda = 4358$ à $\lambda = 3021$ Å ; pour les longueurs d'onde inférieures à 3021 Å, l'erreur peut être de 5 ou 6 minutes :

λ (angströms)....	5893.	4358.	4047.	3665.	3341.	3128.	3021.	2804.	2653.	2537.
$\|\varepsilon\|$ (minutes)....	14	19	21	23	26	28	29	32	35	38
$\|\rho\|$ (degrés/mm).	11,5	21,5	27	32	40,5	48	51	63	74,5	86
$\|\varepsilon\|.\lambda$ (min. μ)...	8,2	8,3	8,5	8,4	8,7	8,8	8,8	9,0	9,3	9,7
$\|\rho/\rho_0\|$..........	0,53	0,52	0,55	0,52	0,54	0,54	0,53	0,55	0,55	0,57

On voit que l'ellipticité $\varepsilon/2$ varie à peu près en raison inverse de λ, comme on pouvait s'y attendre, puisque ρ est approximativement proportionnel à $1/\lambda^2$ et φ à $1/\lambda$, et que le rapport ρ/ρ_0 du pouvoir rotatoire ρ perpendiculairement à l'axe au pouvoir rotatoire ρ_0 suivant l'axe est à peu près

constant. A l'approximation de nos mesures, *les deux pouvoirs rotatoires ont même dispersion, et les surfaces de gyration pour les diverses radiations sont des hyperboloïdes semblables.*

Ces mesures étaient terminées lorsqu'a paru un Mémoire de G. Szivessy et Cl. Munster [1], dans lequel ces auteurs reconnaissent l'inexactitude des conclusions de Szivessy et Schweers, et donnent, pour $\lambda = 510^{m\mu}$, la valeur $\varepsilon = 14$ minutes, en accord satisfaisant avec nos mesures.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Sur l'effet Zeeman et l'affaiblissement magnétique de la fluorescence de* S^2 *et* Te^2. Note [2] de M. **Ion I. Agarbiceanu**, présentée par M. A. Cotton.

Genard [3] et Smoluchowski [4] ont signalé récemment l'affaiblissement de la fluorescence de S^2 et Te^2 sous l'action d'un champ magnétique assez intense. Le même effet avait été observé dans le cas de la fluorescence de la vapeur de I^2. La théorie dans ce dernier cas a été élaborée par Van Vleck [5]. Il suffit de retenir de cette théorie que l'affaiblissement magnétique de la fluorescence de I^2 n'est pas dû à un effet Zeeman.

Tel ne doit pas être le cas de S^2 et de Te^2. En effet les passages électroniques des spectres d'absorption et de fluorescence de ces deux corps ont lieu entre les niveaux $^3\Sigma - {}^3\Sigma$ avec $\Lambda = 0$ et $S = 1$. Les deux niveaux sont susceptibles d'une division en sous-niveaux magnétiques sous l'action d'un champ. Par conséquent la vapeur de S^2 et de Te^2 doit présenter en présence d'un champ magnétique un effet Zeeman sur les raies d'absorption et sur les raies d'émission par fluorescence. Les deux effets devraient intervenir dans l'action du champ magnétique sur la fluorescence de ces deux vapeurs. En effet l'excitation, et par suite l'intensité de la fluorescence, est déterminée en partie par la largeur et l'intensité spectrale des raies d'absorption couvertes par la raie excitatrice (raies de l'arc au mercure). Le champ magnétique modifie les raies d'absorption en les divisant en composantes Zeeman. Il s'ensuit que l'excitation sera changée du fait que la raie excita-

(1) *Annalen der Physik*, **20**, 1934, p. 704.
(2) Séance du 5 novembre 1934.
(3) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1402, et **198**, 1934, p. 816.
(4) *Z. für Physik*, **85**, 1933, p. 191.
(5) *Phys. Review*, **40**, 1932, p. 791.

trice ne couvrira plus la même partie spectrale de la raie d'absorption excitée. La raie excitatrice pourrait même couvrir des composantes Zeeman des raies voisines qui n'étaient pas excitées en dehors du champ. Le spectre de fluorescence qui en résulte pourrait donc être plus complexe qu'en dehors du champ.

En émission l'effet Zeeman, avec les deux polarisations superposées ne produit pas une variation de l'intensité par rapport au cas de l'émission sans champ. En effet la somme de l'intensité de toutes les composantes Zeeman d'une raie est égale à l'intensité de cette raie en dehors du champ.

Les composantes Zeeman d'un niveau $^3\Sigma$. — Du point de vue des couplages des vecteurs, l'état électronique $^3\Sigma$ d'une molécule se rattache au cas *b* de la classification de Hund. Les composantes Zeeman d'un pareil état électronique sont déterminées par la relation suivante :

$$(1) \qquad \Delta F(J) = M\left[\frac{\Lambda^2}{J(J+1)} + \frac{2(J-K)}{J}\right]\Delta\nu_n,$$

où les majuscules ont leur signification connue et où $\Delta\nu_n$ représente le déplacement Zeeman normal, c'est-à-dire la moitié de la largeur du triplet atomique normal $eH/4\pi m_e c = 4,67 \times 10^{-5}\,H\,cm^{-1}$.

Dans notre cas, $^3\Sigma(\Lambda = 0,\ S = 1)$, la relation (1) se réduit à

$$(2) \qquad \Delta F(J) = M\,\frac{2(J-K)}{J}\,\Delta\nu_n.$$

Le déplacement des composantes extrêmes est obtenu pour $M = J$, donc

$$(3) \qquad \Delta F_{max}(J) = 2(J-K)\,\Delta\nu_n.$$

Le niveau est un triplet avec les composantes $F_1(K+1)$, $F_2(K)$ et $F_3(K-1)$. Le déplacement Zeeman maximum de ces trois composantes est le suivant :

$$(4) \qquad \Delta F_{1max}(K+1) = 2\,\Delta\nu_n, \qquad \Delta F_{2max}(K) = 0, \qquad \Delta F_{3max}(K-1) = -2\,\Delta\nu_n.$$

Donc des trois composantes, il n'y a que $F_1(K+1)$ qui soit sensible au champ magnétique. D'après (4) la séparation maxima est constante $(= 2\,\Delta\nu_n)$ et indépendante de $J = K + 1$.

La figure 1 montre la décomposition magnétique de $F_1(K+1)$ pour les trois premières valeurs de K et la séparation Zeeman qui en résulte pour une des raies. A la place de la raie R(0), en pointillé sur la figure, il y

aura, en présence du champ, toutes les transitions dessinées en traits pleins et la raie R(o) elle-même.

Il est évident que l'excitation d'une telle raie est différente suivant que l'excitation se fait sans champ, ou avec le champ magnétique présent. Il en résulte que le spectre de fluorescence change lui aussi suivant que le champ est présent ou absent.

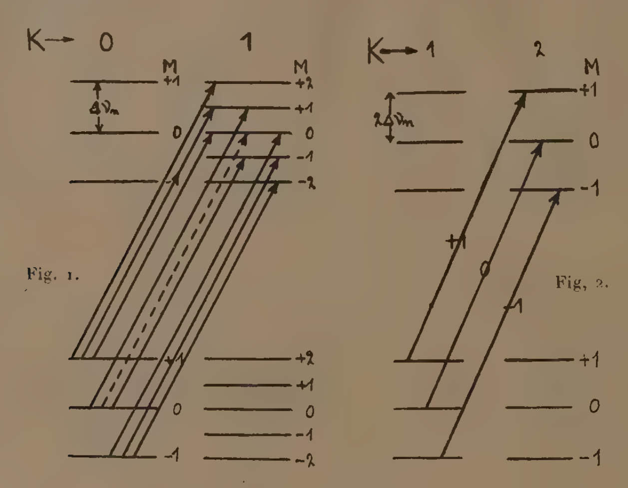


Fig. 1.

Fig. 2.

Effet Paschen Back. — Nous devons considérer aussi le cas d'un effet Paschen Back sur le niveau $^3\Sigma$. En effet, dans le cas *b* de la classification de Hund, il arrive souvent, en présence des champs magnétiques assez intenses, que les vecteurs K et S soient découplés et quantisés séparément par rapport à la direction du champ. La relation de Hund est dans ce cas la suivante :

$$(5)\qquad \Delta F(K) = \left[\frac{M_K \Lambda^2}{K(K+1)} + 2 M_S\right]\Delta\nu_n.$$

Dans notre cas elle se réduit à

$$(6)\qquad \Delta F(K) = 2 M_S \Delta\nu_n$$

avec $M_S = -1, 0, +1$.

Nous avons dessiné le diagramme de l'effet Paschen Back de $^3\Sigma$ (*fig.* 2).

A la place de la raie $R(1)_0$ il y aura, en présence du champ, trois raies : $R(1)_{+1}$, $R(1)_0$, $R(1)_{-1}$. Il est évident que l'excitation d'une telle raie est différente suivant que le champ magnétique est présent ou non. La fluorescence qui en résulte diffère aussi dans les deux cas.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur la réalisation de films d'acétocellulose indéformables par l'eau.* Note [1] de M. **André Charriou** et Mlle **S. Valette**, présentée par M. Georges Perrier.

Nous avons montré [2] pourquoi, en photographie aérienne, il n'a pas été jusqu'ici possible d'utiliser des films pour les relevés cartographiques de précision. En effet, si un film cellulosique est plongé dans l'eau puis séché, on constate que ses dimensions linéaires sont devenues inférieures à leurs valeurs initiales.

Nous avons donc recherché le moyen d'obtenir des films d'acétocellulose indéformables, en agissant soit sur leur composition chimique, soit sur leur structure.

Mode opératoire. — Nous avons préparé une série de films d'acétocellulose en faisant varier la nature et la proportion du plastifiant ainsi que la teneur en acide acétique.

Les échantillons de films étaient ensuite découpés en bandes de 250^{mm} et maintenus pendant 48 heures dans une atmosphère à humidité constante (60 pour 100 de la saturation), puis mesurés au comparateur (les films étant enfermés entre deux glaces afin que l'humidité ambiante ne puisse modifier leurs dimensions). On les soumettait ensuite à un trempage dans de l'eau distillée pendant 45 minutes, à température ordinaire. Enfin ils étaient à nouveau mesurés après diverses durées de séchage, à température ordinaire et sous une humidité constante de 60 pour 100, en prenant les mêmes précautions que précédemment.

La précision de nos mesures était de l'ordre de 1/10000e.

Nous n'avons pas pu obtenir de films rigoureusement indéformables par la seule modification de la composition chimique. Aussi nous avons soumis d'autres séries de films à des traitements postérieurs à leur fabrication et destinés à amener des changements dans leur structure, par exemple lavage de longue durée à l'eau froide, action de l'eau bouillante, de la vapeur d'eau, de la chaleur, etc. Nous avons ensuite étudié, par la méthode précédente, la répercussion de ces traitements sur l'aptitude des films à la déformation.

Résultats expérimentaux. — Le tableau ci-après groupe les résultats les plus caractéristiques obtenus au cours de nos essais.

---

(1) Séance du 5 novembre 1934.

(2) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 2161.

Nature des films.	Déformation des films pour 100 après 5 jours de séchage.	après 30 jours de séchage.	après 60 jours de séchage.	après 90 jours de séchage.
1. Acétocellulose plastifié à 18 % de triacétine...	0,230	0,250	0,290	0,330
2. Acétocellulose plastifié à 14 % de triphénylphosphate....	0,130	0,135	0,185	0,195
3. Acétocellulose plastifié à 18 % de triphénylphosphate....	0,040	0,040	0,085	0,100
4. Acétocellulose plastifié à 22 % de triphénylphosphate....	0	0	0,060	0,090
5. Acétocellulose à 52,3 % d'acide acétique et plastifié à 25 % de triphénylphosphate....	0,310	0,320	0,340	0,360
6. Acétocellulose à 54,2 % d'acide acétique et plastifié à 25 % de triphénylphosphate....	0,140	0,140	0,150	0,175
7. Acétocellulose à 55,9 % d'acide acétique et plastifié à 25 % de triphénylphosphate....	0,035	0,045	0,060	0,095
8. Acétocellulose à 57,6 % d'acide acétique et plastifié à 25 % de triphénylphosphate....	0,050	0,070	0,080	0,095
9. Acétocellulose à 59,5 % d'acide acétique et plastifié à 25 % de triphénylphosphate....	0	0,015	0,030	0,055
10. Film nº 7 traité pendant 15 minutes dans l'eau bouillante....	0,030	0,030	0,025	0,025
11. Film nº 8 traité pendant 15 minutes dans l'eau bouillante....	0,015	0,010	0,010	0,010
12. Film nº 9 traité pendant 15 minutes dans l'eau bouillante....	0	0	0	0
13. Film nº 5 chauffé pendant 4 heures à 100°....	0,065	0,090	0,110	0,120
14. Film nº 6 chauffé pendant 4 heures à 100°....	0,070	0,040	0,130	0,170
15. Film nº 7 chauffé pendant 4 heures à 100°....	0,035	0,030	0,020	0,015
16. Film nº 8 chauffé pendant 4 heures à 100°....	0,030	0,030	0,015	0,015
17. Film nº 9 chauffé pendant 4 heures à 100°....	0	0	0	0
18. Film nº 5 soumis à 12 trempages dans de l'eau et séchages successifs....	0,055	0,120	0,130	—
19. Film nº 6, même traitement....	0	0,060	0,065	
20. Film nº 7, même traitement....	0	0,040	0,050	
21. Film nº 8, même traitement....	0	0,030	0,030	
22. Film nº 9, même traitement....	0	0	0	

Conclusions. — Après action de l'eau et séchage, les films d'acétocellulose se déforment d'autant moins que leur titre en acide acétique est plus élevé et que leur teneur en plastifiant est plus importante.

Pour un titre en acide acétique de 59,5 pour 100, et pour une teneur en plastifiant de 25 pour 100, la déformation est extrêmement faible, elle atteint pourtant une valeur de 0,055 pour 100, 90 jours après le trempage.

Nous avons réussi à rendre les films de composition ci-dessus strictement indéformables en les soumettant soit à une surchauffe pendant quatre heures à 100°, soit à une succession de trempages dans de l'eau, suivi de séchages, soit encore à un traitement de 15 minutes dans de l'eau bouillante. Toutefois, ce dernier procédé est pratiquement inemployable en raison de la diminution de l'élasticité des films.

Au cours de ces traitements, les films subissent une forte contraction, et leur structure est amenée dans un état d'équilibre stable, si bien que de nouvelles actions de l'eau ne déterminent aucune déformation.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un procédé d'étanchéité de batardeaux ou de barrages.* Note [1] de M. **Gaston Menier**, présentée par M. d'Arsonval.

La technique habituelle pour la construction des batardeaux, qui sont, comme on le sait, destinés à permettre de travailler à sec dans le lit d'une rivière, consiste à établir deux rangées de palplanches parallèles à 50^{cm} l'une de l'autre et dont la pointe s'enfonce dans le sol; le haut de ces palplanches est moisé.

Dans l'intervalle des deux rangées de palplanches on déverse des blocs de terre glaise qui, dans l'eau, se délite et l'on procède au pilonnage de ces blocs pour les relier ensemble.

Lorsque ce mur provisoire est formé on pompe l'eau qui se trouve circonscrite par ce mur temporaire.

Comme les palplanches peuvent ne pas se joindre absolument, il en résulte des intervalles que la glaise doit obstruer et l'on en surveille l'état à mesure que le vide s'établit dans l'enceinte qu'il s'agit d'assécher.

Il est nécessaire pour cela de faire un travail assez long, de plusieurs jours, et quelquefois il peut se produire des mécomptes à cause des « renards » qui se forment entre les blocs de glaise.

(1) Séance du 5 novembre 1934.

Lorsque le travail est terminé on laisse entrer l'eau, on arrache les palplanches et la glaise s'échappe.

On fait même des palplanches en métal qui ne remédient pas aux défauts signalés, et représentent un prix élevé.

En examinant de près ce travail, j'ai mis au jour une autre idée.

Tout d'abord, je ne mets qu'un rang de palplanches et il m'est indifférent qu'elles soient plus ou moins jointives, mais à l'extérieur je déroule sur les palplanches des lès de moleskine au moyen d'un objet quelconque, un barreau de fonte, qui les leste à la partie inférieure, et se déroulent jusqu'au pied des palplanches.

Comme dans le premier cas la partie supérieure des palplanches se trouve moisée et si l'on craint que cette palissade tende à se déverser par la poussée de l'eau, il est facile de s'en garantir soit en battant quelques pieux de distance en distance, soit en plaçant quelques étais à des points convenables.

Lorsque la moleskine est placée, on pompe l'eau à l'intérieur comme dans le premier cas; la pression de l'eau extérieure vient faire plaquer la moleskine et elle se modèle sur les palplanches en assurant immédiatement l'étanchéité.

J'ai appliqué ce système à Noisiel en 1914, pour un travail de remplacement d'une turbine hydraulique de 7^{m} de diamètre, et en construisant un batardeau dont la profondeur dépassait $5^{m},50$.

Le succès fut complet; je m'étais attaché alors à rapprocher les palplanches le plus possible pour aider à l'étanchéité. Depuis cette époque j'ai reconnu que ce soin était inutile.

En effet, si les palplanches ne se joignent pas la pression qui s'exerce sur la moleskine se décharge sur le bord des deux palplanches voisines, et permet à ces dernières un écartement relativement considérable.

J'ai employé deux sortes de moleskine du commerce : l'une assez mince et l'autre un peu plus solide. Je les ai fait analyser au point de vue de la résistance du tissu par le Laboratoire d'essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, qui m'a fourni les chiffres suivants :

Marque des échantillons.	Distance entre mâchoires.	Charge de rupture. Chaîne.	Charge de rupture. Trame.
Moleskine A (tissu solide)	50^{mm}	$62^{kg},0$	$40^{kg},5$
Moleskine B (tissu mince)	100^{mm}	$37^{kg},0$	$30^{kg},0$

Essai sur un barrage à aiguilles. — Une circonstance est venue cet été me permettre de faire une expérience encore plus importante.

Comme on le sait, par suite de la sécheresse, les rivières ont eu leur débit bien restreint. La Marne, dont j'utilise à Noisiel les eaux surabondantes de niveau exigé par la Navigation, avait tellement diminué que j'avais été obligé d'arrêter mes moteurs hydrauliques pour maintenir le niveau qui m'est imposé.

Je proposais alors au Service de la Navigation d'essayer mon système de moleskine sur les aiguilles qui forment le barrage.

Les aiguilles entre elles, malgré le soin avec lequel elles sont préparées, sont loin d'être jointives; il y a entre elles, soit par défaut d'équarrissage, soit par suite de torsion ou défaut de rectitude des intervalles qui atteignent jusqu'à 60 et 70^{mm}; même à un endroit j'ai mesuré 95^{mm}.

A chacun de ces passages s'écoulait une lame d'eau dont le débit totalisé était considérable et ne pouvait assurer la tenue de l'eau nécessaire; il en résultait que les péniches de la navigation ne pouvaient pas franchir le seuil de Chalifert.

On avait bien essayé de jeter en amont du barrage quelques brouettées de mâchefer ou de morceaux de toile de sacs, mais sans résultat, et lorsque je déroulai les lés de moleskine le barrage devint complètement étanche, il ne coulait plus une goutte d'eau à travers les aiguilles, et pendant 4 mois il en fut ainsi.

Pour me rendre compte du travail qui pouvait affecter la moleskine, j'ai construit un petit appareil recevant de la pression d'eau et possédant une ouverture rectangulaire de 0^{m},40 de hauteur, mais dont la largeur pouvait varier de 0 à 100^{mm}.

La moleskine étant placée sur la fente mobile, l'eau la plaquait contre cette fente; elle recevait en amont contre elle une pression variable jusqu'au moment où, sous cette pression, la moleskine se déchirait.

L'expérience faite avec la moleskine mince B donne le tableau suivant qui résume le déchirement en fonction de la largeur de la fente et de la pression que subit en même temps la moleskine.

Largeur de la fente.	Pression à laquelle se produit le déchirement par centimètre carré.	Hauteur d'eau correspondant aux pressions successives.
mm	kg	m
10	7	72,31
20	6,500	67,14
30	4,500	46,48
40	4	41,32
50	3	30,99
75	2	20,66
100	1	10,33

Les chiffres afférents à la moleskine A, plus solide, suivent la même progression avec un léger avantage.

Le fait de la décharge de la pression sur les bords de la fente correspondant à l'ouverture montre bien la marge de sécurité que donne ce système, puisque avec une ouverture de 10^{mm} il faut atteindre une pression de 7^{kg} pour faire céder la moleskine et, au fur et à mesure que la fente est plus large la pression nécessaire au déchirement diminue, puisqu'on arrive alors à 1^{kg} de pression pour 100^{mm} de largeur de fente.

J'ai également utilisé cette moleskine pour établir des surhausses à un déversoir amovible, procédé établi sur les mêmes principes.

C'est donc là, comme on le voit, un système rapide et efficace à opposer à l'irruption de l'eau et qui peut trouver de nombreuses applications.

Le prix est pour ainsi dire insignifiant, même si à la fin du travail on sacrifie la moleskine sans la récupérer.

RADIOACTIVITÉ. — *Localisation autophotographique des ions radioactifs dans la gélatine.* Note (1) de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

J'ai montré (2) dans quelle mesure la considération des phénomènes chimiques dans un gel tel que la gélatine conduit à des données d'ordre qualitatif, le spécimen d'essai étant observable au microscope, ainsi que par d'autres moyens physiques. Dans le cas spécial où des ions radioactifs se trouvent engagés dans les molécules mises en œuvre, une possibilité supplémentaire est offerte à l'observateur. En chambre obscure, en effet, une plaque photographique est directement impressionnable par la préparation. Les ions radioactifs présents, trahis par leur rayonnement spontané, se signalent exactement par la trace autophotographique qu'ils laissent sur l'émulsion, après développement.

Le procédé, tout d'abord, s'applique à l'étude de la diffusion, en rendant immédiatement tangible, par l'appréciation des noircissements du cliché autophotographique, la répartition de matière dans une auréole donnée. De ce point de vue, par exemple, l'autophotographie de l'auréole incolore de nitrate de thorium signale des zones distinctes de diffusion, liées aux

(1) Séance du 5 novembre 1934.

(2) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 611.

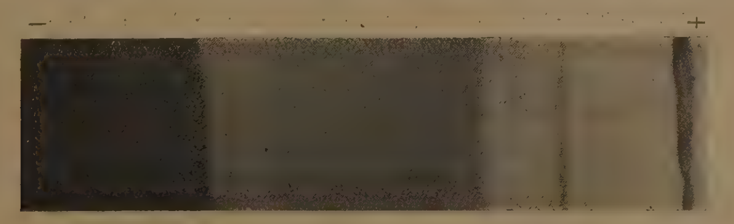
dénivellations successives subies par le gel, la matière s'étant notoirement accumulée dans la zone contiguë à la goutte.

Le procédé autophotographique permet également de suivre le comportement d'un ion au cours d'une réaction donnée. C'est ainsi que dans la précipitation ponctuée, provoquée par l'apposition d'une goutte de chlorure de baryum radifère sur de la gélatine imprégnée d'acide oxalique, on constate une accumulation très prononcée de la radioactivité dans les monocristaux précipités, tandis qu'ultérieurement une réapparition légère du noircissement sur l'autophotographie décèle l'avance du réactif-goutte dans le milieu.

Enfin, la localisation autophotographique des ions radioactifs rend accessible le contrôle direct des processus électrolytiques. Dans cet ordre d'idées, on a repris ici, sur de la gélatine imprégnée de chlorure de baryum et étalée en couche plane, les expériences pratiquées à la fin du siècle dernier par Noyes et Blanchard [1] sur de la gélatine contenue dans des tubes en U et imprégnée d'électrolytes divers.

Électrolyse du chlorure de baryum radifère dans la gélatine. — Conformément à un dispositif antérieurement adopté [2], la gélatine, imprégnée de chlorure de baryum radifère, est coulée sur une plaque de verre, que viennent border deux armatures parallèles de papier métallique. Un champ électrique d'une dizaine de volts est maintenu entre les armatures, jusqu'à extinction pratiquement complète de la conductivité.

A ce moment, on remarque sur la préparation un certain nombre de régions d'opacité différente, liées aux déformations propres du gel sous tension appliquée, et provoquées par l'électrolyse du sel de baryum.



Électrolyse du chlorure de baryum radifère dans la gélatine.
Localisation autophotographique des ions radioactifs.

D'autre part, l'impression autophotographique de la préparation (voir figure) révèle que les ions radioactifs se sont, eux aussi, distribués en zones

(1) *Journ. Ann. Chem. Soc.*, 22, 1900, p. 726.
(2) *Journ. Phys. Rad.*, 4, 1933, p. 362.

correspondant sensiblement aux précédentes. La répartition rappelle celle qui résulte de l'incorporation à la gélatine d'un sol tel que celui de sulfure d'arsenic ou d'une matière colorante telle que le bleu de méthylène [1]. Ici, les phénomènes suggèrent la présomption d'un échelonnement des mobilités ioniques dans les zones successives. Conformément à une observation antérieure [2], ils montrent à nouveau que dans un gel tel que la gélatine, les processus électrolytiques ne sauraient s'identifier entièrement à ceux que prévoit la théorie pour le milieu aqueux. En ce qui concerne notamment les migrations ioniques, l'assimilation de l'un à l'autre milieu n'est à regarder comme légitime que dans ces conditions bien déterminées.

En résumé, le mode opératoire présentement décrit est utilisable en diverses voies, les noircissements obtenus pouvant, en chaque cas, faire l'objet d'examens microphotométriques. En particulier, la méthode autophotographique semble appropriée à l'investigation chimique des substances radioactives qui demeurent rebelles aux techniques usuelles de l'analyse, en raison de leur dilution extrême.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Pourquoi l'eau mouille-t-elle le verre ?* Note de M. **Maurice Holderer**, présentée par M. J. Perrin.

Si l'eau est véritablement une solution de glace, c'est-à-dire d'eau polymérisée dans de l'eau simple, comme l'expliqua W. K. Rœntgen en 1892 par le nombre variable des valences de l'atome d'oxygène, alors l'oxygène de l'eau doit aussi avoir de l'affinité pour l'oxygène engagé dans la composition chimique du verre en contact avec l'eau. On se trouve en présence de composés complexes entre l'eau et le verre. Les corps riches en oxygène, comme le bois, seront mouillés par l'eau, tandis qne les corps gras, à poids moléculaires élevés, pauvres en oxygène, ne le seront pas.

Si le mercure ne mouille pas le verre, il suffit d'une trace d'oxyde à la surface de ce liquide pour que le verre soit mouillé par endroits par lui. L'oxygène de l'oxyde envoie deux valences vers le verre et les autres vers le mercure.

---

(1) *Loc. cit.*, note (2), p. 1045.
(2) *Journ. Chim. Phys.*, **31**, 1934, p. 407.

PHYSICOCHIMIE. — *Étude comparative des spectres d'absorption des solutions aqueuses d'acide chlorhydrique et de divers chlorures dans l'ultraviolet.* Note de M. **Robert Trehin**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans le but de faire cette étude, j'avais préparé l'acide chlorhydrique et les chlorures purs de potassium, sodium, lithium, baryum et strontium par des méthodes indiquées précédemment ([1]).

Les premiers résultats ont montré qu'il y aurait intérêt à étudier d'autres chlorures afin de déterminer d'une manière plus précise et plus générale les analogies et les différences de leurs spectres d'absorption. J'ai cherché à compléter la liste des chlorures des métaux alcalino-terreux.

Chlorure de calcium. — L'expérience montre que le meilleur procédé de préparation consiste à traiter par l'acide chlorhydrique pur le carbonate de calcium pur. J'ai préparé ce dernier en ajoutant une solution de carbonate d'ammonium dans une solution de chlorure ou de nitrate de calcium à l'ébullition. Le carbonate de calcium précipité est filtré, lavé à l'eau distillée chaude et essoré dans le vide. Le carbonate d'ammonium nécessaire a été obtenu d'autre part en faisant passer pendant longtemps un courant de gaz carbonique dans une solution aqueuse saturée de gaz ammoniac préalablement liquéfié.

Remarque. — J'ai préparé de la chaux pure par la méthode classique : chauffer le nitrate de calcium (au four électrique à résistance), reprendre par l'eau, filtrer, traiter la solution maintenue à l'ébullition par l'acide oxalique pur; calciner au rouge l'oxalate de calcium précipité. La chaux ainsi obtenue est attaquée par l'acide chlorhydrique. Dans les mêmes conditions d'épaisseur, de concentration et de température, cette solution est plus absorbante que celle préparée par la méthode décrite plus haut. La différence doit sans doute s'expliquer par la présence d'oxychlorures de calcium.

Chlorure de magnésium. — 1° J'ai d'abord utilisé le même procédé que pour le chlorure de lithium : le carbonate de magnésium est dissous dans l'eau distillée chargée de gaz carbonique et le liquide filtré, porté à l'ébullition; le carbonate de magnésium pur cristallisé précipite, il est essoré dans le vide, lavé à l'eau pure, essoré de nouveau et traité par l'acide chlorhydrique. La solution de chlorure de magnésium obtenue est concentrée.

([1]) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1089. Le procédé utilisé est la photométrie photographique.

2° M. le professeur Chaudron ayant eu l'amabilité de me procurer spécialement en vue de ces recherches, du magnésium distillé très pur, j'ai attaqué ce métal par l'acide chlorhydrique. Les deux méthodes conduisent aux mêmes résultats.

Chlorure de glucinium. — Les essais tentés pour préparer une solution aqueuse de chlorure de glucinium seront décrits par ailleurs. Le spectre d'absorption du liquide présente de larges bandes dont la netteté paraît fonction du temps, de la concentration et de la température. On peut en conclure que le chlorure de glucinium pur n'existe sans doute pas en solution aqueuse. L'hydrolyse doit favoriser l'existence d'un mélange de complexes dont l'état d'équilibre dépend des variables précitées.

Résultats. — La région spectrale explorée s'étend de 2500 à 2110 Å. Toutes les comparaisons entre les densités optiques des solutions sont données sous 1^{cm} d'épaisseur et à égalité de concentration en ions Cl^-. Dans ces conditions, on peut ajouter aux résultats déjà signalés [1] et toujours retrouvés les considérations suivantes :

1° A toute température, entre 20° et 90° C. les solutions d'acide chlorhydrique sont plus transparentes que celles des chlorures alcalins dans l'ultraviolet moyen, mais plus absorbantes dans l'ultraviolet extrême. La longueur d'onde pour laquelle se produit l'inversion varie avec la température. Si le phénomène existe également dans le cas des chlorures alcalino-terreux, les longueurs d'onde d'inversion sont situées dans le proche ultraviolet.

2° La densité optique des chlorures croît avec le nombre atomique du cation. L'écart est surtout marqué entre ClLi et ClNa. Il est beaucoup moins sensible entre les chlorures alcalino-terreux : on ne peut pratiquement distinguer l'un de l'autre les spectres de Cl^2Ba, Cl^2Sr et même Cl^2Ca que dans l'ultraviolet lointain au voisinage de l'extrémité du spectre, mais l'absorption croît alors très rapidement en fonction de la longueur d'onde.

3° La densité optique croît en fonction de la température plus vite pour l'acide que pour tous les sels et cet accroissement est d'autant plus rapide que le cation est moins hydraté.

Le tableau ci-après précise ces résultats : il donne dans le cas de la concentration en ions Cl^- par litre égale à 3 les valeurs des densités optiques sous une épaisseur de 1^{cm}, en fonction de la longueur d'onde, pour diverses températures.

---

[1] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 774; **193**, 1931, p. 1689; **195**, 1932, p. 1269.

	λ.	ClH.	ClK.	ClNa.	ClLi.	Cl^2Ba.	Cl^2Sr.	Cl^2Ca.	Cl^2Mg.
20°.	2170.....	0,081	0,072	0,062	0,032	0,026	0,026	0,024	0,020
	2200.....	0,060	0,060	0,052	0,027	0,021	0,021	0,020	0,017
	2230.....	0,047	0,052	0,047	0,023	0,018	0,018	0,018	0,015
	2300.....	0,029	0,042	0,036	0,018	0,014	0,014	0,014	0,012
	2370.....	0,021	0,035	0,030	0,015	0,012	0,012	0,012	0,010
	2500.....	0,013	0,028	0,026	0,010	0,009	0,009	0,009	0,008
40°.	2170.....	0,118	0,102	0,092	0,060	0,056	0,054	0,050	0,048
	2200.....	0,073	0,071	0,062	0,035	0,032	0,031	0,029	0,025
	2230.....	0,052	0,057	0,050	0,027	0,023	0,023	0,022	0,020
	2300.....	0,033	0,045	0,039	0,021	0,018	0,018	0,016	0,015
	2370.....	0,024	0,037	0,032	0,017	0,014	0,014	0,014	0,012
	2500.....	0,015	0,030	0,026	0,012	0,011	0,011	0,011	0,010
60°.	2170.....	0,193	0,144	0,132	0,102	0,098	0,094	0,092	0,090
	2200.....	0,098	0,092	0,082	0,056	0,054	0,051	0,048	0,046
	2230.....	0,066	0,070	0,062	0,038	0,035	0,034	0,032	0,030
	2300.....	0,037	0,049	0,044	0,025	0,022	0,022	0,021	0,019
	2370.....	0,027	0,041	0,036	0,020	0,016	0,016	0,016	0,014
	2500.....	0,017	0,032	0,028	0,014	0,013	0,013	0,013	0,012
80°.	2200.....	0,164	0,130	0,120	0,094	0,092	0,090	0,087	0,084
	2230.....	0,095	0,092	0,084	0,060	0,058	0,056	0,054	0,052
	2300.....	0,045	0,056	0,050	0,032	0,028	0,027	0,026	0,024
	2370.....	0,030	0,044	0,039	0,024	0,019	0,019	0,019	0,017
	2500.....	0,019	0,035	0,031	0,016	0,015	0,015	0,015	0,014

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'acétochlorure de plomb.*

Note de M. **Edmond Grillot**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Le chlorure de plomb est beaucoup plus soluble dans les solutions aqueuses d'acétate de plomb que dans l'eau pure. D'après White, ce phénomène devrait être attribué à la formation d'un acétochlorure de plomb, pour lequel il proposait la formule $Pb(CH^3CO^2)^2$, $PbClCH^3CO^2$, avec soit une ou deux molécules d'eau, soit une demi-molécule d'acide acétique de cristallisation ([1]). Il l'identifiait au corps préparé antérieurement par Carius ([2]) de formule $Pb(CH^3CO^2)^2$, $PbClCH^3CO^2$, $3H^2O$.

Il m'a semblé intéressant d'étudier la solubilité du chlorure de plomb, dans des solutions de concentrations variables en acétate de plomb. J'ai

([1]) White, *Am. Chem. J.*, 35, 1906, p. 217.

([2]) *Liebigs Ann.*, 125, 1863, p. 87.

opéré en maintenant constant le nombre de molécules-grammes de sels mis en œuvre, pour un même volume de solvant (eau avec la quantité suffisante d'acide acétique pour éviter l'hydrolyse). La solubilité maximum est d'autant plus grande que les solutions sont plus concentrées. Elle est toujours obtenue pour un rapport moléculaire de l'acétate au chlorure égal à 3. En voici quelques valeurs pour 100$^{cm^3}$ de solution

Acétate de plomb.............	néant	7^g,5	15^g	22^g,5
Atomes-gr. de chlore...........	0,0060	0,01185	0,0196	0,0237
Soit chlorure de plomb........	0^g,834	1^g,647	2^g,72	3^g,29

Ces résultats indiquent la formation d'une combinaison complexe que j'ai cherché à isoler. A cet effet, il convient d'opérer à chaud, en solution très concentrée (70 pour 100 d'acétate de plomb, par exemple), ce qui permet de dissoudre une quantité importante de chlorure. Par refroidissement, il se forme des cristaux en touffes soyeuses et radiantes, qui se développent rapidement et enrobent toute la masse du liquide. Il faut éviter la sursaturation, par agitation ou amorçage. La composition centésimale de ces cristaux nous conduit à la formule $Pb^2(CH^3CO^2)^3Cl$, $3/2H^2O$ [Pb : 63,7 pour 100 (calculé, 63,5 pour 100); Cl : 5,40 pour 100 (calculé, 5,43 pour 100) et radicaux acétyles 27,14 pour 100 (calculé, 27,08 pour 100)]

Le dosage de l'ensemble du chlore et des radicaux acétyles a été effectué suivant une méthode s'inspirant de celle de Han et Chu [1].

La détermination de l'eau se révèle délicate en raison de la stabilité de l'hydrate. Par entraînement au moyen du benzène à l'ébullition, j'ai recueilli 2,0 cm³ d'eau pour 50^g de produit (calculé d'après la formule 2,06 cm³).

L'aspect du produit est conforme à la description de White. Toutefois, étant donné l'incertitude des formules proposées par cet auteur, je me suis demandé s'il ne pouvait pas se former d'autres composés. L'étude complète du système chlorure de plomb, acétate de plomb, eau acétique à 20° m'a montré que la phase solide ne peut être constituée que de chlorure de plomb, d'acétate de plomb, ou de l'acétochlorure de plomb décrit. Il faut noter toutefois que ce sel n'est pas stable en liqueur trop acétique : pour des teneurs en acide supérieures à 50 pour 100, il est décomposé complètement en chlorure précipité et acétate de plomb.

Dans l'eau pure, l'acétochlorure de plomb est hydrolysé, avec formation immédiate de chlorure basique de plomb, précipité blanc, sablonneux, insoluble, de formule PbClOH [Pb : 79,2 pour 100 (calculé, 79,6 pour 100) et Cl : 13,6 pour 100 (calculé, 13,65 pour 100)]. Cette réaction équilibrée

(1) *Ind. Eng. Chem.* (anal. ed.), 3, 1932, p. 379.

peut être rendue complète en éliminant par ébullition l'acide acétique formé. Il apparaît donc manifeste que le chlorure en solution se trouve engagé dans un complexe. En effet, le chlorure basique ne peut provenir de la décomposition du chlorure neutre, qui ne s'hydrolyse qu'en tube scellé, à une température supérieure à 100° et au bout d'un temps assez long (¹).

J'ai réussi à préparer cet acétochlorure de plomb par deux autres méthodes, basées sur la double décomposition, qui permettent de confirmer la constitution complexe de ce sel :

1° Parmi la série de composés complexes du plomb, décrits par Weinland et ses collaborateurs (²) et (³), présentant une analogie complète de formule avec l'acétochlorure, se trouve l'acétoperchlorate de plomb, $[Pb^2(CH^3CO^2)^3]ClO^4$, qu'il avait démontré être le perchlorate d'un cation diplombotriacétyle. J'ai préparé ce sel anhydre [Pb : 59,80 pour 100 (calculé : 59,84 pour 100); ClO^4 : 14,6 pour 100 (calculé : 14,4 pour 100), et radicaux acétyles, 25 pour 100 (calculé : 25,6 pour 100)]. Après précipitation du perchlorate de potassium avec la quantité calculée de chlorure de potassium, j'ai pu extraire de la solution concentrée des cristaux d'acétochlorure de plomb.

2° J'ai préparé l'acétate basique de plomb décrit par Plöchl dès 1880 (⁴), de formule $Pb^2(CH^3CO^2)OH$ [Pb : 68,24 pour 100 (calculé, 68,10 pour 100) et radicaux acétyles 29,2 pour 100 (calculé 29,1 pour 100)]. Ce corps dissous dans l'eau présente une réaction alcaline. Neutralisée par une quantité équimoléculaire d'acide chlorhydrique, la solution concentrée, séparée du chlorure basique PbClOH, laisse cristalliser de l'acétochlorure de plomb.

Le sel obtenu par l'une ou l'autre de ces trois méthodes a toujours la même composition centésimale; de plus, les spectres de diffraction des rayons X, obtenus par la méthode de Hull, sont rigoureusement superposables.

(¹) N. DEMASSIEUX, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1684.
(²) *Zstchr. Angew. Chem.*, **34**, 1921, p. 354.
(³) WEINLAND et STROH, *Ber. d. chem. Ges.*, **55**, 1922, p. 2706.
(⁴) *Ber. d. chem. Ges.*, **13**, 1880, p. 1647.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensations acétoliques de l'éther acétylacétique avec l'acétaldéhyde.* Note de MM. **Henry Gault** et **Thibaut Wendling**, présentée par M. Delépine.

Parallèlement aux recherches de MM. H. Gault et J. Burkhard [1] sur les condensations cétoliques de l'éther acétylacétique avec la formaldéhyde, nous avons étudié, dans des conditions analogues, la condensation de l'éther acétylacétique avec l'acétaldéhyde.

Les multiples recherches antérieures sur cette condensation avaient uniquement conduit à des composés bimoléculaire (éther éthylidène-acétylacétique) et trimoléculaire (éther éthylidène-*bis*-acétylacétique) résultant de l'élimination d'une molécule d'eau entre l'oxygène aldéhydique et les atomes d'hydrogène médians de l'éther acétylacétique.

Nous avons pu, au contraire, isoler deux des termes correspondant à la *fixation* directe de l'acétaldéhyde sur l'éther acétylacétique (éthers diéthylol- et monoéthylol-acétylacétiques I et II), (stades intermédiaires, selon nous, de la formation des produits de condensation déjà connus), ainsi qu'un produit de transformation et de condensation secondaire (éther monoéthylol-éthylidène-*bis*-acétylacétique III) :

$$\begin{array}{c} CH^3.CHOH \\ | \\ CH^3-CO-C-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^3.CHOH \\ \text{I.} \end{array} \qquad \begin{array}{c} CH^3-CHOH \\ | \\ CH^3-CO-C-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^3-CH \\ | \\ CH^3-CO-CH-COOC^2H^5 \\ \text{III.} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} CH^3-CO-CH-COOC^2H^5 \\ | \\ CH^3-CHOH \\ \text{II.} \end{array}$$

Nous donnons dans la présente Note quelques brèves indications sur l'obtention et les propriétés de ces divers composés.

I. Éther αα-diéthylol-acétylacétique $C^{10}H^{18}O^5$ (I). — Cet éther se forme par condensation de *deux* molécules d'acétaldéhyde avec *une* molécule d'éther acétylacétique en présence de carbonate de potassium.

---

(1) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 795.

Mode opératoire. — On verse 130g (1^{mol}) d'éther acétylacétique, par petites portions, dans un mélange de 320g (2^{mol} + 13 pour 100) d'acétaldéhyde en solution aqueuse à 33 pour 100 et de 6g de carbonate de potassium, maintenu à 0°. On suit la condensation au perchlorure de fer : la réaction colorée devient négative au bout d'une heure environ. On porte la température à — 15° et la solution homogène, amorcée, se prend rapidement en une masse cristalline incolore. Lorsqu'on ne dispose pas d'une amorce, on effectue une première condensation avec un grand excès d'acétaldéhyde (4 à 6^{mol}) et un poids double de carbonate de potassium : la cristallisation commence au bout d'une demi-heure. Dans les deux cas, on essore le produit cristallisé et élimine l'excès d'acétaldéhyde par trois lavages à l'eau glacée. Par recristallisation dans l'éther on obtient l'éther diéthylol-acétylacétique sous forme de très beaux cristaux (rendement 80 pour 100).

L'éther diéthylol-acétylacétique (F. + 33°) est soluble dans l'alcool, l'éther, le benzène et dans une solution aqueuse d'acétaldéhyde. Il est insoluble dans l'éther de pétrole.

Peu soluble dans l'eau à 0°, il s'y dissout à température ordinaire en se transformant, par perte d'acétaldéhyde, en éther monoéthylol-acétylacétique.

Sa solution alcoolique, tout d'abord incolore au contact du perchlorure de fer, se colore progressivement en rouge (dissociation). Stable à basse température, il se décompose sous l'action de la chaleur avec perte d'acétaldéhyde. Il se dissocie intégralement de la même manière dans le vide sulfurique, au-dessus de 20°, en acétaldéhyde et éther monoéthylol-acétylacétique. En raison de son instabilité, il ne nous a pas été possible d'isoler aucun des dérivés de ses diverses fonctions.

II. Éther α-éthylol-acétylacétique $C^8H^{14}O^4$ (II). — Cet éther s'obtient par l'un ou l'autre des deux procédés suivants :

1. *A partir de l'éther diéthylol-acétylacétique*, par dissociation dans le vide sulfurique, au-dessus de 20° ; il suffit de suivre pondéralement le départ d'acétaldéhyde.

2. *A partir de l'éther acétylacétique*, par fixation d'*une seule* molécule d'acétaldéhyde en solution aqueuse à 30 pour 100, en présence de carbonate de potassium. Le mélange se présente sous forme d'une émulsion laiteuse que l'on agite pendant plusieurs heures à la machine. On extrait ensuite à l'éther et évapore la solution éthérée à la température ordinaire.

L'éther éthylol-acétylacétique est un liquide huileux incolore instable qui se décompose par distillation, même dans le vide, en donnant un mélange d'éther acétylacétique (par perte d'acétaldéhyde) et d'une petite quantité d'éther éthylidène-acétylacétique (par perte d'eau). Il est soluble

dans la plupart des solvants organiques habituels et insoluble dans l'eau et l'éther de pétrole.

Il donne facilement une *phénylhydrazone* (F. 92°) et une *pyrazolone* (F. 275°).

III. Éther α-éthylol-ethylidène-bis-acétylacétique $C^{16}H^{26}O^{7}$ (III). — Cet éther se forme par condensation de deux molécules d'éther monoéthylol-acétylacétique sur elles-mêmes, en présence de diéthylamine, avec élimination simultanée d'une molécule d'eau.

On ajoute à 20g d'éther monoéthylol-acétylacétique 0g,5 de diéthylamine et maintient le mélange pendant une dizaine d'heures au voisinage de — 10°. La solution homogène se trouble peu à peu par suite d'une séparation d'eau. On abandonne le mélange pendant 20 heures à 0° et extrait à l'éther. Par évaporation de la solution éthérée, on obtient l'éther monoéthylol-éthylidène-*bis*-acétylacétique sous forme d'une huile épaisse.

Cet éther se décompose lentement à l'air par perte d'une molécule d'acétaldéhyde avec formation d'éther éthylidène-*bis*-acétylacétique qui s'isomérise spontanément en éther hydroxydiméthylcyclohexanedicarboxylique (F. 80°). Il est soluble dans les solvants organiques habituels et insoluble dans l'eau et l'éther de pétrole. Sa solution alcoolique est colorée en bleu violet par le perchlorure de fer.

Il donne une bis-*pysazolone* (F. 267°-268°).

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur l'application de la méthode de Valouch, pour mesurer les constantes des réseaux cristallins, à la méthode de précision de Kunzl et Köppel.* Note [1] de MM. **F. Bouchal** et **V. Dolejsek**, présentée par M. M. de Broglie.

La précision de mesure des constantes des réseaux cristallins est bornée par la difficulté de l'ajustement précis de la surface du cristal dans l'axe du spectrographe. Les erreurs causées par le fait que la surface ajustée du cristal ne coïncide pas avec le plan de réflection (par exemple à cause de la pénétration des rayons) sont considérablement éliminées par la méthode Kunzl-Köppel [2]. Les auteurs ont vérifié cette méthode en mesurant la

(1) Séance du 29 octobre 1934.

(2) V. Kunzl et J. Köppel, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 940; *Journal de Phys.*, **5**, 1934, p. 145.

constante de la face rhomboédrique du quartz ([1]). Leur méthode a pris origine dans des travaux de Pavelka qui, à l'aide de l'équation de Bragg (sans correction), a mesuré pour la détermination approximative des constantes des réseaux la différence des deux angles de la même ligne en deux ordres différents. En appliquant l'équation précise de Bragg, Kunzl et Köppel ont élaboré une méthode précise, qui a montré l'avantage de mesurer la différence K des deux angles de réflection φ, au lieu de mesurer directement les angles de réflection φ.

En même temps que Pavelka, Valouch ([2]) a indiqué (en cherchant des réseaux cristallins convenables pour la spectrographie des rayons X) une méthode pour mesurer approximativement les constantes des réseaux cristallins. Cette méthode se base sur la mesure de la différence des angles de réflexion du même ordre pour deux lignes différentes; dans ce cas la loi de Bragg est exactement valable. Il n'est pas nécessaire de déterminer pour chaque valeur fictive, l'équation approximative, comme l'ont fait Kunzl et Köppel.

En appliquant deux équations de Bragg pour le même ordre, mais pour des longueurs d'onde différentes,

$$n\lambda_\nu = 2d\sin\varphi_{n\nu}, \qquad n\lambda_\mu = 2d\sin\varphi_{n\mu},$$

et en divisant la somme de ces deux équations par leur différence, nous en dérivons pour les valeurs de chaque constante fictive du réseau la formule suivante :

$$d_n = \frac{n}{4}\left[\left(\frac{\lambda_\nu - \lambda_\mu}{\sin\frac{k}{2}}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_\nu + \lambda_\mu}{\cos\frac{k}{2}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}},$$

où $k = \varphi_\nu - \varphi_\mu$ et $\lambda_\nu > \lambda_\mu$. A l'inverse de la méthode de Kunzl-Köppel, chaque valeur fictive d_n s'accorde avec les valeurs d_n, calculées directement à partir des angles de réflection. Tous les avantages de la méthode Kunzl-Köppel sont conservés.

En mesurant la constante de la surface rhomboédrique du quartz, nous voulons montrer quelle précision il est possible d'obtenir par cette méthode. Pour mesurer l'angle K, nous avons opéré comme Siegbahn pour mesurer exactement l'angle φ dans la méthode photographique. Dans nos mesures,

---

([1]) V. Kunzl et J. Köppel, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 787.

([2]) M. Valouch, *Bulletin de l'Acad. des Sciences de Bohême*, 44, 1927, p. 1.

nous avons fait usage des principales lignes de la série K du cuivre :

$$\mathrm{Cu}\,K\alpha_1 : \lambda = 1537{,}395 \text{ unités X}, \qquad \mathrm{Cu}\,K\beta_1 : \lambda = 1389{,}35 \text{ unités X},$$

et nous avons obtenu au premier et second ordre pour l'angle K (à la température de 18°C.) les valeurs suivantes :

$$K_I = 1^\circ 18' 11'',0, \qquad K_{II} = 2^\circ 49' 45'',9.$$

A cela correspondent, d'après notre équation, les valeurs des constantes de réseau :

$$d_1 = 3336{,}11 \text{ X. U.}, \qquad d_2 = 3336{,}46 \text{ X. U.}, \qquad \ldots, \qquad d_\infty = 3336{,}62 \text{ X. U.}$$

En comparant ce résultat avec le résultat obtenu par Kunzl-Köppel pour la surface rhomboédrique du quartz,

$$d_\infty = 3336{,}63 \text{ X. U.},$$

nous voyons que l'accord est très bon.

Siegbahn et Dolejšek ont obtenu, à l'aide des lignes $CuK\alpha_1$, $FeK\alpha_1$, $CrK\alpha_1$, la valeur $d_1 = 4246{,}64$ pour la face prismatique du quartz. Cette valeur est considérablement différente de la valeur la plus nouvelle de Berquist, $d_1 = 4244{,}92$, mesurée en ajustant le cristal à 1/1000e de millimètre. Si nous recalculons (pour pouvoir comparer ces deux valeurs) la valeur de Siegbahn-Dolejšek à l'aide des mêmes longueurs d'onde dont s'est servi Berquist, nous obtenons $d_1 = 4246{,}86$. Si nous calculons les angles k en utilisant les angles φ respectifs, mesurés par Siegbahn-Dolejšek et si nous déterminons à l'aide de notre équation la constante du réseau cristallin, nous obtenons :

	k.	d.	
	° ′ ″		
Cu-Fe	2.43.16,4	4245,02	
Fe-Cr	2.27.33,6	4244,82	4244,92 X. U.
Cu-Cr	5.10.50	4244,93	

Parce que les angles φ dans ce cas ont été mesurés avec un seul réglage, l'erreur d'ajustement restait constante et parce qu'elle est restée constante, elle est éliminée par notre méthode. A cause de cela cette valeur doit être considérée comme plus exacte que celle calculée directement par l'angle de réflection. On voit aussi que cette valeur s'accorde mieux avec celle de Berquist.

La méthode qui vient d'être décrite peut donc servir à contrôler des résultats déjà obtenus en calculant simplement l'angle K pour les angles de réflection qui ont servi à leur détermination.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Insectes fossiles des terrains oligocènes des Camoins, de Céreste et d'Aix-en-Provence.* Note de M. **Nicolas Théobald**, présentée par M. Charles Jacob.

1. Le gisement de calcaires lacustres sannoisiens des Camoins, près Marseille, a fourni une douzaine d'Insectes fossiles, appartenant aux Coléoptères (Limniidæ), aux Hyménoptères (Pimplidæ, Apidæ), aux Diptères (Mycetophilidæ, Bibionidæ, Bombylidæ, Borboridæ) et aux Hémiptères (Ligæidæ).

2. La faune de Céreste (Basses-Alpes), plus riche en individus et en espèces, renferme des Odonates (Calopterigidæ), des Coléoptères (nombreux Rhynchophores, dont *Hipporhinus Heeri* Germar, *Cleonus asperulus* Heer et *Sitones margarum* Germar), des Hyménoptères (Formicidæ), des Diptères (Bibionidæ, Culicidæ, Tipulidæ, Tabanidæ) et des Hémiptères (par exemple : *Pachymerus Bojeri* Heer et *Heterogaster pumilio* Heer). Presque tous les éléments de cette faune sont identiques à des espèces existant dans le célèbre gisement d'Aix-en-Provence; il y a quatre espèces nouvelles.

3. Le gisement d'Aix, d'âge chattien (¹), a fourni plusieurs milliers d'échantillons. Environ 140 espèces ont déjà été décrites et figurées (²); en outre de nombreux genres ont été simplement cités. Parmi les espèces nouvelles, il y a lieu de mentionner :

Coléoptères : Carabidæ : *Calosoma* n. sp.; Buprestidæ : *Capnodis* n. sp. — Hyménoptères : Ichneumonidæ : 10 esp. appartenant aux genres *Pimpla*, *Plectiscus*, *Lytarmes*, *Exeristes*, *Exetastes*, *Bassus*, *Tilgida*, *Ophion*; Braconidæ : 4 esp.; Chalcididæ : *Pteromalus* n. sp.; Serphidæ : *Belyta* n. sp.; Formicidæ : 15 esp.; Pompilidæ : 2 esp. — Trichoptères : 1 esp. — Lépidoptères : 2 esp. — Diptères : Mycetophilidæ : 7 esp.; Bibionidæ : 12 esp.; Chironomidæ : 2 esp.; Tipulidæ : 2 esp.; Dixidæ : 1 esp.; Bombylidæ : 2 esp.; Syrphidæ : 1 esp.; Borboridæ : 2 esp.; Muscidæ : 1 esp. — Hémiptères : 8 esp. appartenant aux Reduviidæ, Lygaeidæ, Coreidæ, Pentatomidæ, Veliidæ, Cercopidæ et Aphididæ.

En dehors des Insectes terrestres (Lépidoptères et Formicidæ), qui ont dû être entraînés par des cours d'eau ou par le vent, il existe de nombreuses formes aquatiques (Hydrophilidæ et Gerridæ), ayant des larves

---

(¹) G. Denizot, *Bull. Soc. géol. France*, 4ᵉ série, **24**, 1929, p. 205.

(²) M. de Serres, *Géogn. terr. tert.*, 1829; O. Heer, *Viertelj. naturf. Ges. Zurich*, **1**, 1856, p. 1; E. Oustalet, *Rech. sur les Ins. foss.* (*Thèse*, Paris, 1874); F. Meunier, *Verh. Kon. Ak. v. Wet. Amsterdam*, 2ᵉ sect., **18**, 1915, p. 5.

aquatiques (Libellulidæ et Chironomidæ), vivant aux bords de l'eau (Cleonidæ), ou dans les sous-bois humides (Mycetophilidæ et Bibionidæ) et qui ont été ensevelies sur place.

On peut même reconnaître dans certains cas des associations biologiques probables. Les Insectes parasites sont nombreux dans la faune d'Aix; on trouve aussi parfois les hôtes correspondants. Les Ichneumonidés, particulièrement intéressants à cause de leurs larves entomophages, sont abondants et d'une grande variété. Il existe aussi des Lépidoptères, Diptères et Hyménoptères dont certains ont été parasités par les Ichneumons; ainsi les Syrphidés ont fort probablement été parasités par les larves du g. *Bassus* ainsi que l'on peut l'observer encore de nos jours. Quant aux larves de Syrphidés, elles-mêmes ont vécu sans doute aux dépens des Aphidiens.

Cette étude montre l'existence à Aix de Buprestidæ de grande taille, de Pompilidæ, de Dixidæ et de Muscidæ, familles non encore décrites de ce gisement. Dans cette faune dominent les Coléoptères, les Hyménoptères et les Diptères; ces derniers sont caractérisés par l'abondance des Bibionidæ et des Mycetophilidæ.

Beaucoup d'échantillons, d'une conservation admirable, peuvent être comparés aux espèces actuelles les plus voisines. On les rencontre le plus souvent dans les contrées chaudes du globe, en particulier autour de l'océan Indien, dans les Indes, les îles de la Sonde, l'Australie, le Madagascar et l'Afrique. Mais il y a aussi des espèces ayant leurs représentants dans la faune actuelle des régions méditerranéennes et de l'Europe centrale. Le climat des environs d'Aix a été à cette époque plus chaud que de nos jours.

Le gisement le plus voisin, tant par la représentation des principaux groupes d'Insectes que par l'identité des espèces, est celui de Céreste. Les deux faunes ont dû vivre dans des conditions semblables et sont probablement du même âge.

Parmi les gisements antérieurs, il faut citer en premier lieu ceux des bassins oligocènes d'Auvergne (Corent), puis Les Camoins, Célas et Kleinkembs-Brunnstatt [1]. Parmi les gisements postérieurs, les plus voisins sont ceux de Rott (Sept Montagnes) et de Radoboj en Croatie où l'on retrouve certaines formes d'Aix.

---

[1] N. Théobald, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 280 et 1939.

RADIOMÉTÉOROLOGIE. — *Localisation à grande distance des foyers de parasites atmosphériques sans radiogoniomètre.* Note [1] de M. **Jean Lugeon**, présentée par M. Ch. Maurain.

La courbe d'enregistrement des parasites issus d'un foyer lointain se brise brusquement, peu avant le lever du Soleil, à l'instant où le premier rayon lumineux vient éclairer la région de l'ionosphère qui réfracte vers le sol les rayons électromagnétiques parasites; c'est une des propriétés utilisées dans mes méthodes de sondage [2]. Le temps σ qui s'écoule entre cette cassure et le lever à l'horizon du récepteur A dépend de l'angle α du rayon électromagnétique avec l'horizon, de l'altitude K-H de la région réfractante et de l'azimut du Soleil. Pour α et K-H supposés constants, ce temps est maximum σ_m, si l'azimut du Soleil coïncide avec le plan de propagation, et minimum si cet azimut est perpendiculaire à ce plan. L'azimut A_z du foyer de parasites est dès lors connu, $A_\odot$ étant l'azimut du Soleil :

$$A_z = n\pi + A_\odot \pm \tau, \quad \text{où} \quad \cos\tau = \frac{\sin\frac{\sigma}{2}\cos\left(\frac{\sigma_m}{2}+\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\sigma}{2}+\alpha\right)\sin\frac{\sigma_m}{2}}.$$

Détermination graphique de l'azimut. — Le lieu des points de réfraction B dans l'ionosphère est un cercle, soit la base du cône dont le sommet est le récepteur A et la génératrice le rayon réfracté. On projette ce cercle sur la carte, ainsi que le cercle terminateur à l'altitude K-H de B, soit le lieu des points où le Soleil se lève au même moment σ, correspondant à la brisure de la courbe. Les deux points d'intersection du terminateur et du cercle B, joints au récepteur A, donnent deux azimuts du foyer. Il est facile d'en lever le doute, presque tous les foyers décelés en Europe centrale se trouvant dans les directions sud et ouest au lever [3]. Avec deux enregistreurs distants de plusieurs centaines de kilomètres, on déterminera aisément les coordonnées géographiques des foyers par cette nouvelle méthode, ainsi que je l'avais déjà annoncé en 1929 [4]. C. Cent-

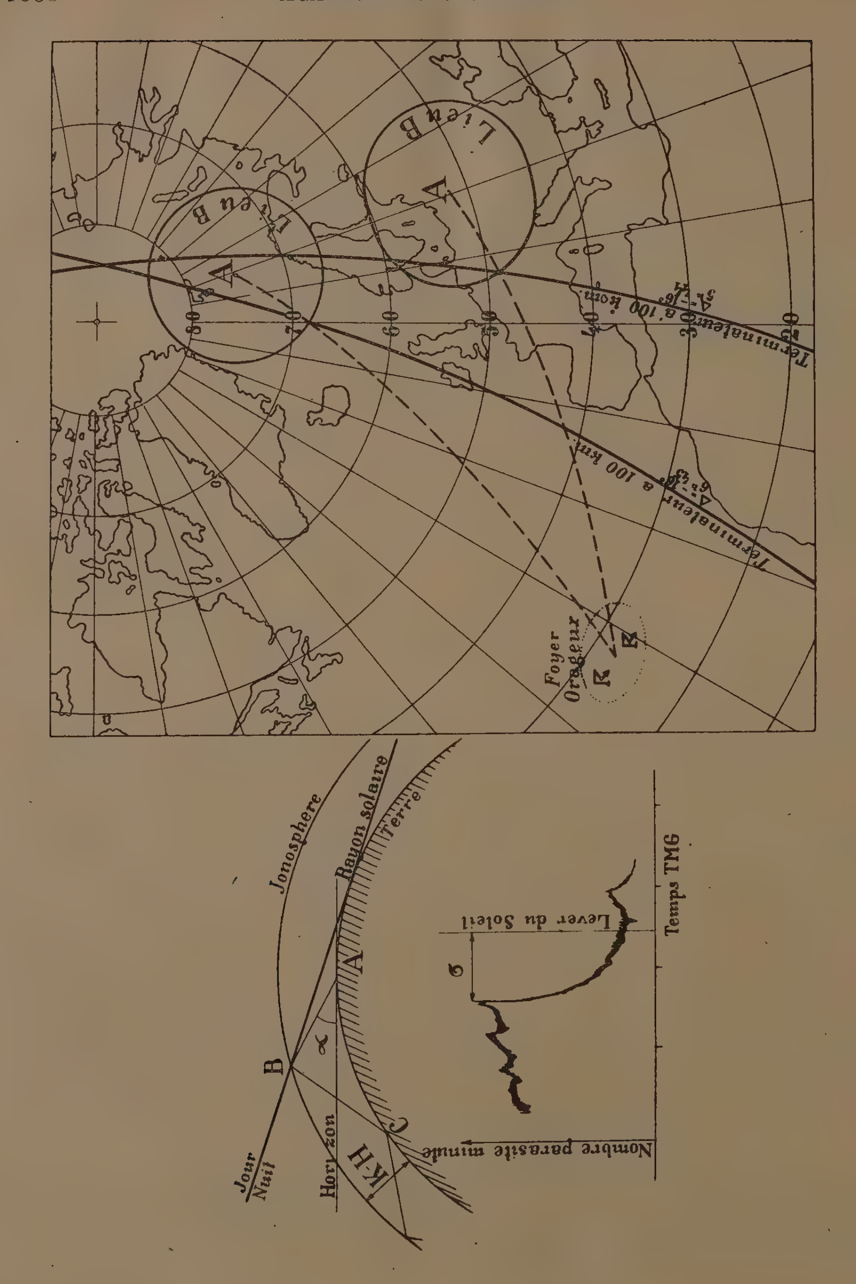
---

(1) Séance du 29 octobre 1934.

(2) Lugeon, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1114 et 1690.

(3) Lugeon, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1712; Bureau, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1057.

(4) *Arch. Sc. phys. et nat.*, 11, p. 255, Genève, 1929.


Lieu B
A
Lieu B
A
80
70
60
50
40
30
20
Terminateur à 100 km.
Terminateur à 100 km.
Foyer
Orageux
R
R
Jonosphere
Rayon solaire
Terre
A
B
α
C
Horizon
Jour
Nuit
K-H
Lever du Soleil
σ
Temps TMG
Nombre parasite minute

kiewicz, membre de l'*Année Polaire*, a fait ce travail pour 180 jours d'enregistrements à l'Ile des Ours et à Jablonna (Pologne). Les recoupements coïncident remarquablement avec les orages des trois continents et de l'Atlantique, relevés par les cartes météorologiques. Il a été possible, ainsi, de suivre pendant plusieurs jours consécutifs à des milliers de kilomètres de distance, des perturbations orageuses traversant les États-Unis et l'Atlantique, confirmant mes constatations et théories antérieures du Sahara et de Zurich ([1]). En outre, trente azimuts du goniographe de M. Bureau, à Saint-Cyr, concordent avec les miens, ainsi que ceux du goniographe de Jablonna, ce qui fortifie ma thèse. K-H a été considéré ici à 100^{km} et l'angle α, obtenu par approximations successives, vaut en moyenne 2° pour les enregistreurs utilisés, accordés sur 11000^{m}. Il varie légèrement avec la distance du foyer si l'on admet la propagation par réflexions successives, mais sans que cela influence notablement l'azimut. Sur 7000^{m}, α conserve presque la même valeur; par contre pour un enregistrement apériodique, cet angle tend vers zéro, ce qui laisse supposer que la région réfractante pour les fréquences très basses est parfois au-dessous de l'horizon du récepteur.

BOTANIQUE. — *La bipolarité sexuelle entre Ascomycètes d'espèces différentes.* Note ([2]) de M. **Fernand Moreau** et Mlle **C. Moruzi.**

Nous avons montré ([3]) que, lorsque des souches hétérothalliques de *Neurospora sitophila* Shear et Dodge sont confrontées avec une souche hétérothallique du *N. tetrasperma* Sehar et Dodge, plusieurs des premières, toutes du même signe, provoquent chez celle-ci des réactions sexuelles plus ou moins accusées se traduisant par la formation de sclérotes volumineux ayant la valeur d'ébauches périthéciales.

Ce sont les résultats de l'épreuve inverse que nous apportons dans la présente Note.

Nous avons isolé plusieurs spores de petite taille du *N. tetrasperma*; elles nous ont fourni des souches hétérothalliques qui portent dans notre collection les numéros 224, 227, 228, 229, 230. Ces souches sont dissemblables :

([1]) Lugeon, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 525, et *Arch. Sc. phys. et nat.*, **12**, Genève, 1930, p. 403.

([2]) Séance du 29 octobre 1934.

([3]) F. Moreau et Mlle C. Moruzi, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1533.

224, 228, 230 sont conidiales, 227, 229 sont asporiques; elles diffèrent encore par leur comportement sexuel. Quand on les associe deux à deux de toutes les manières possibles, on reconnaît qu'elles constituent deux groupes affectés chacun d'un signe différent : 227 et 229 forment un premier groupe, 224, 228, 230 en font un autre. A l'intérieur de chaque groupe, les confrontations des souches deux à deux demeurent stériles, mais si une souche d'un groupe est mise en face d'une souche de l'autre, on observe la formation de périthèces du type normal des périthèces du *N. tetrasperma*, aux asques tétrasporés.

Ce matériel de souches unisexuées du *N. tetrasperma* a été mis en présence des souches A et B, de signes opposés, isolées par Dodge dans l'espèce *N. sitophila*.

Toutes les confrontations avec B sont demeurées stériles; quelques unes de celles faites avec A ont fourni des sclérotes volumineux dans la région de la culture où avait été fait le semis du *N. tetrasperma* : ce sont celles dans lesquelles A était associé aux souches 224, 228, 230, toutes de même signe. La réunion de A et des souches de l'autre groupe est sans effet.

En conséquence, nous demeurons fondés à tenir la formation des sclérotes des *Neurospora* comme une manifestation atténuée de l'activité sexuelle de ces champignons : elle s'observe dans des cultures mixtes de souches hétérothalliques de *Neurospora* d'espèces différentes et elle obéit à des règles qui rappellent celles de la bipolarité sexuelle.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Hérédité d'un Maïs anormal.*
Note de M. L. **Hédin**, présentée par M. Blaringhem.

Le problème de l'origine du Maïs cultivé a donné lieu à un grand nombre de communications, notamment de la part d'auteurs américains [1].

Quelles que soient les conclusions auxquelles les différents chercheurs soient arrivés, il nous a paru intéressant de suivre à nouveau la descendance de pieds monstrueux, en évitant soigneusement tout vicinisme susceptible d'entacher d'erreurs nos résultats.

Nous sommes parti en 1933 d'un pied anormal de Maïs de Pennsylvanie, cultivé avec quelques autres dans notre jardin à Dieppe, et dès l'apparition de ses caractères tératologiques, nous avons détruit les inflorescences mâles

(1) Voir aussi les discussions entre Ed. Griffon et L. Blaringhem. *Bul. Soc. bot. de France*, 57, 1910, p. 604; 58, 1911, p. 251 et 299.

des Maïs normaux voisins de façon à assurer l'autofécondation du pied normal.

Ce pied, semé le 18 mai 1933, haut de $2^{m},55$, portait douze feuilles fortement pubescentes à la base, et une inflorescence mâle terminale, normalement constituée.

A l'aisselle de la sixième feuille était inséré un épi femelle, prolongé par une inflorescence mâle terminale; deux spathes de cet épi étaient prolongés par un limbe bien développé. A la base de la septième feuille, un axe ramifié, présentant une torsion marquée, portait trois groupes d'épis femelles également prolongés par une inflorescence mâle : seul l'épi terminal présente neuf spathes, toutes terminées par un limbe variant de 4 à 28^{cm}; un autre groupe, dont la spathe terminale est seule prolongée par un limbe de 6^{cm}, comprend trois épis; le dernier groupe est formé de deux épis entourés d'une spathe à limbe de 3^{cm}. La huitième feuille protège l'insertion de deux groupes d'épis; seul le plus développé est entouré de spathes à limbe largement étalé.

Tous les épis observés sur ce pied anormal étaient monoïques.

Une soixantaine de grains, récoltés fin septembre sur les épis terminaux des 7e et 8e feuilles, dont un grand nombre ridés par suite d'une maturité insuffisante, furent semés en deux fois, le 30 avril et le 28 mai 1934. Les gelées détruisirent un grand nombre de pieds nés du premier semis trop précoce; tous ceux qui résistèrent, développèrent des suceurs, dont nous indiquons plus loin les épis anormaux.

Nous nous sommes proposé d'étudier l'hérédité des trois caractères suivants réunis dans notre Maïs initial : 1° ramification du pédoncule floral latéral; 2° monœcie de l'épi; 3° étalement en limbe de l'extrémité des spathes. Voici les observations que nous avons pu faire sur la récolte de 1934 :

1° La ramification du pédoncule floral est constante (sauf pour 1 pied sur 37 observés). Toutefois, le plus souvent comme dans le type initial, les épis inférieurs ne sont pas ramifiés.

2° Alors que la monœcie était présente dans tous les épis du Maïs initial, elle n'est pas constante sur les Maïs de la récolte 1934 : 2 pieds ne portaient aucun épi monoïque, et quelques-uns (5 sur 37) présentaient un mélange d'épis de Maïs monoïques et d'épis uniquement femelles.

L'hérédité de la monœcie des épis n'est pas constante; par la juxtaposition de caractères normaux et anormaux, elle rappelle l'hérédité mosaïque ou naudinienne de M. L. Blaringhem.

3° L'hérédité du caractère « étalement en limbe de l'extrémité des spathes » se manifeste suivant le même mécanisme. Notons de suite qu'il n'y a aucune liaison entre ce caractère et la monœcie; cependant il arrive souvent que dans les cas où l'extrémité de la spathe s'étale largement en limbe, la monœcie de l'épi est marquée par un développement très long de l'inflorescence mâle. Mais la monœcie est plus fréquente que ce dernier caractère.

D'autres épis monstrueux furent observés sur les suceurs du premier semis : une inflorescence terminale mâle renfermait un épi femelle peu fertile (2 grains); un suceur se terminait par une inflorescence groupée de dix épis femelles et un épi mâle, entourés de spathes ressemblant à de petites feuilles. Nous avons ainsi observé la transformation de l'axe de l'inflorescence mâle de certains épis monoïques en épi femelle. Toutes ces métamorphoses sexuelles ont été signalées dans les ouvrages de tératologie végétale de K. Müller (1858), de G. Kraft (1870) et de O. Penzig (1885 et 1894), puis par M. L. Blaringhem. Ce que nous voulons retenir, c'est que les épis monoïques sont en général plus courts que les épis normaux avec un nombre plus grand de grains avortés, et beaucoup plus tardifs. On comprend de quelle façon dans la culture les individus monstrueux se trouvent éliminés.

Les observations faites précédemment ne sont pas suffisantes pour permettre de conclure à l'hérédité des anomalies signalées; mais il est certain que les phénomènes de nutrition ne suffisent pas à expliquer la constance, sur des semis espacés d'un mois, de la transmission sinon des caractères envisagés, tout au moins de la tendance, au sens attaché à ce mot par la philosophie de M. Bergson, à la monstruosité.

PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Sur la faculté et l'énergie germinative de graines sèches irradiées*. Note [1] de Mme **Suzanne Lallemand**, présentée par M. M. Caullery.

Selon de nombreux auteurs l'irradiation de graines sèches n'empêche pas la germination, même lorsque les doses utilisées sont fortes. Ainsi l'apparition du germe n'a été, ni empêchée, ni retardée dans les expériences

(1) Séance du 5 novembre 1934.

de Kœrnicke [1] (dose employée, 40 H), ni dans celles de Czepa [2] (300 H) ni dans les miennes [3] (150 H); Maisin et Masy [4] n'ont pu arrêter la germination en soumettant des graines à l'action d'une dose de 60000 R.

Toutefois O. Hertwig [5] a constaté une diminution de l'énergie germinative après l'action des rayons X. J'ai repris l'étude de l'action des rayons X sur la germination en employant de très fortes doses. L'objet étudié est la lentille, *Lens esculenta*, utilisée à l'état de graine sèche. Les lentilles mises en expérience sont au nombre de 100 graines par lot. Les conditions d'irradiation sont les suivantes : distance objet anticathode 50^{cm}; 190 kw; 4 mA; filtre 1/3 de millimètre d'aluminium. La dose est appliquée en un nombre variable de séances. Dans ces conditions la dose de 100000 r. est donnée en 8 heures 12 minutes.

Les graines sont mises en germination entre deux feuilles de coton humide à la température du laboratoire 20° en moyenne. Les résultats sont les suivants :

Application d'une dose de 50000 r. La faculté germinative des lentilles irradiées a été de 97,6 pour 100, celle des lentilles témoins étant de 98 pour 100. L'action de cette dose semble donc sans effet sur la germination. Cependant l'énergie germinative est légèrement modifiée chez les graines irradiées, car celles-ci germent en trois jours, alors que les semences témoins germent en deux jours. Les racines des graines irradiées cessent de croître lorsqu'elles ont atteint une longueur de 15^{mm}, elles brunissent et meurent.

Application d'une dose de 100000 r. — La faculté germinative des graines irradiées a été de 93,5 pour 100. L'énergie germinative a été diminuée, les semences ayant germé en 4 jours. La longueur des racines n'a pas dépassé 10^{mm}.

Application d'une dose de 200000 r. — La faculté germinative des lentilles irradiées a été de 90,6 pour 100. Les semences ont germé en 4 jours. Les racines ont atteint une longueur de 10^{mm}.

Application d'une dose de 500000 r. — La faculté germinative des graines irradiées est tombée à 12,7 pour 100. Les lentilles ont germé pendant 9 jours. Les racines sont mortes après avoir atteint 7^{mm} en moyenne.

Application d'une dose de 750000 r. — La faculté germinative n'a plus été que de 3 pour 100.

Application d'une dose de 1000000 r. — La faculté germinative est nulle.

---

(1) *Ber d. deutschen botan. Gesellschaft*, **22**, 1904, p. 148.

(2) *Fortsch. a. d. Gebiete d. Röntgenstrahlen*, **32**, 1924, p. 65.

(3) S. Lallemand, *Étude de l'action des rayons X sur le développement des plantes* (*Thèse doct. Sciences*, Strasbourg, 1929).

(4) *C. R. Soc. Biol.*, **98**, 1928, p. 886.

(5) *Allgemeine Biologie*, **23**, 1924, p. 65.

En résumé, l'énergie germinative a été diminuée dans toutes les expériences tandis que la faculté germinative n'a commencé à diminuer qu'après l'application d'une dose de 200000 r., pour devenir très faible après celle de 500000 r. et nulle après celle de 1000000 r.

Ayant obtenu la dose qui, chez *Lens esculenta*, empêche toute germination, j'ai cherché à savoir par quel mécanisme les rayons X réalisaient cet effet. Dans ce but, j'ai soumis à l'étude cytologique les racines des graines irradiées. Les racines ont été fixées dans le liquide de Bouin et colorées à l'hématoxyline ferrique. L'examen microscopique montre que des racines appartenant aux graines soumises à l'action d'une dose de 1000000 r., fixées *huit heures* après la mise en germination, ne laissent voir que des noyaux au repos, dans lesquels on ne constate aucune lésion certaine. Par contre les racines fixées *vingt-quatre heures* après la mise en germination présentent tous leurs noyaux en pycnose. Les cellules irradiées ne sont donc pas tuées avant la mise en germination; elles meurent au cours de l'hydratation. Il ne se réalise aucune mitose dans les cellules irradiées avec une dose très forte. Cette absence de mitose est-elle la cause de l'absence de germination? L'examen cytologique des racines de lentilles témoins, pratiqué dès l'apparition du germe hors des téguments, alors que la partie visible de la racine ne dépasse pas 1^{mm} de long, ne permet de déceler aucune mitose. Chez la lentille, l'apparition du germe n'est donc pas conditionnée par l'augmentation du nombre des cellules, mais seulement par leur augmentation de volume. Dans ces conditions, l'hydratation est-elle troublée après une forte irradiation et ce trouble peut-il expliquer la perte du pouvoir germinatif? Comparant des coupes faites dans des racines de graines sèches et dans des racines de graines germées (germe de 1^{mm} de long), j'ai pu constater une très grande différence dans le volume des cellules et plus particulièrement dans celui des cellules situées près de l'insertion des cotylédons. Les cellules des graines fortement irradiées (500000 et 1000000 r.) montrent un volume intermédiaire entre le petit volume des cellules de la racine des graines sèches et le grand volume des mêmes cellules au début de la germination.

Conclusion. — L'application de très fortes doses de rayons X (1000000 r.) à des graines sèches de *Lens esculenta* annihile totalement leur pouvoir germinatif. La lésion créée par les rayons X dans les cellules du germe détermine leur mort, non pas lors de l'irradiation, mais pendant la période d'hydratation qui suit la mise en germination. Il en résulte que le germe n'atteint pas un volume suffisant pour assurer sa sortie hors des téguments.

ZOOLOGIE. — *Recherches sur le cycle évolutif d'*Euryhelmis squamula (*Rud.*) Note [1] de MM. **Charles Joyeux, Jean-Georges Baer** et **Pierre Carrère**, présentée par M. Caullery.

Euryhelmis squamula (Rud., 1819), Trématode Hétérophyidé, facile à reconnaître par la grande largeur de son corps, vit dans l'intestin du Putois : *Putorius putorius* (L.). Nous renvoyons, pour l'histoire de ce Ver, au travail de l'un de nous [2] : notons seulement qu'il est déjà signalé dans le midi de la France, Dujardin l'ayant abondamment observé en 1840, chez deux Putois à Toulouse. Son cycle évolutif est inconnu; cependant on admet généralement que la métacercaire vit dans des kystes sous-cutanés, chez les Grenouilles et les Crapauds; l'un de nous (Baer, *loc. cit.*) l'a observée chez le Triton à crête. Mais cette correspondance n'avait pas été vérifiée expérimentalement jusqu'à ce jour.

Métacercaire. — Nous avons retrouvé la métacercaire en question chez des *Rana esculenta* L. provenant des environs de Marseille. Les têtards et les jeunes Grenouilles, récoltés d'août à novembre (environ 400), sont tous parasités sans exception; par contre les *R. esculenta* adultes sont indemnes. Chez le têtard, les kystes siègent sur tout le corps et sur la queue. Nous nous proposons d'étudier leur destinée lors de l'atrophie de cet organe, au moment de la métamorphose : remarquons, dès maintenant, qu'ils semblent s'entasser dans le moignon de régression et débordent dans la région lombaire. Le nombre des kystes est souvent considérable; on en trouve jusqu'à 80 chez une jeune Grenouille. Ils siègent dans le derme, au-dessous de la couche pigmentaire. Ils sont eux-mêmes assez souvent entourés de pigments; la réaction de l'hôte est faible ou nulle. Le kyste mesure de 300 à 400^{μ} de diamètre. La métacercaire, extraite par dissection ou par digestion de son enveloppe, a une forme variable, qui n'est pas toujours aussi élargie qu'on la représente. Nous lui trouvons environ 425^{μ} de long sur 500^{μ} de large, mais ces dimensions se modifient par des artifices de préparation. Le tube digestif, l'appareil excréteur sont formés. Les testicules sont ovalaires, parfois lobés. Ces deux états ne paraissent pas tenir à l'âge du Trématode, puisque nous avons observé des testicules lobés dans une métacercaire provenant du têtard et que, d'autre part, des Vers adultes les présentent ova-

(1) Séance du 5 novembre 1934.

(2) J-G. Baer, *Revue suisse de Zoologie*, 38, 1931, p. 328.

laires. On distingue aussi l'ébauche de l'utérus; mais le développement des organes génitaux ne semble pas aller plus loin, au moins pendant l'été : nous n'avons jamais constaté de progenèse.

Évolution. — Nous avons essayé de déterminer l'évolution de cette métacercaire en la faisant ingérer à plusieurs Vertébrés. En raison de l'abondance des Couleuvres : *T. natrix* L. et *T. viperinus* (Lat.) dans le gîte de nos Grenouilles, nous avons tenté l'infestation de ces Reptiles. Les kystes éclosent en partie dans la dernière portion de l'intestin, mais sont digérés ou évacués. Le Rat est également réfractaire. Les Carnivores eux-mêmes ne semblent s'infester qu'à l'état jeune. Nous avons échoué en essayant de conférer le parasitisme à deux Furets âgés, représentant cependant l'hôte normal domestiqué. Par contre, deux jeunes Chats, ayant respectivement 3 et 7 mois, ont contracté le Trématode. L'évolution est rapide : l'autopsie, faite 4 jours après l'infestation, montre des Vers légèrement augmentés de taille (475^{μ} de long sur 550^{μ} de large en moyenne). Les organes femelles sont formés. Les deux tiers des parasites ont déjà des œufs (7 à 33) dans l'utérus. La taille de ces œufs varie de 25 à 36^{μ} sur 16 à 22^{μ}, la moyenne étant de 32^{μ} sur 17^{μ}. Ces irrégularités ne correspondent pas au degré de maturation : on observe dans le tube utérin toutes les tailles sans aucun ordre. Le renflement du pôle postérieur n'est pas constant.

Les œufs commencent à apparaître dans les selles au cinquième jour. Ils montrent une plus grande régularité de taille que dans l'utérus, soit 30 à 35^{μ} sur 16 à 19^{μ}. L'autopsie du Chat, faite au sixième jour, est positive. Les *Euryhelmis squamula*, en grande abondance, ont augmenté de taille; ils mesurent 600^{μ} de long sur 700^{μ} de large. Ces dimensions, plus faibles que celles du Ver observé dans la nature, sont sans doute à mettre sur le compte de l'hôte expérimental, ou peut-être du jeune âge du parasite. Néanmoins l'anatomie est suffisamment caractéristique pour permettre d'affirmer la diagnose. L'utérus contient maintenant de 45 à 80 œufs.

Chez les deux Chats, les Trématodes sont logés dans la portion terminale de l'intestin grêle, soit dans les huit derniers centimètres d'un intestin mesurant $1^{m},10$.

Tous les Mollusques examinés dans notre gîte étaient indemnes de formes larvaires, sans doute par suite de la saison trop avancée. Au printemps prochain, nous en examinerons de nouveaux et nous tenterons la réalisation du cycle complet.

BIOLOGIE. — *La parthénogenèse des Phasmes.* Note (¹) de MM. **Pierre Cappe de Baillon, Maurice Favrelle** et **Georges de Vichet**, présentée par M. M. Caullery.

L'élevage, suivi pendant plusieurs années, d'une quinzaine d'espèces de Phasmes appartenant à diverses tribus a fourni, sur la parthénogenèse du groupe, un certain nombre de données qui dès maintenant peuvent être considérées comme acquises.

Comme il a été dit (²), la parthénogenèse, c'est-à-dire la faculté de pondre des œufs capables de se développer sans fécondation, est commune à tous les Phasmes étudiés : elle s'ajoute à la reproduction par voie bisexuée chez la plupart des espèces (*parthénogenèse facultative*); elle est pour quelques-unes l'unique mode de multiplication (*parthénogenèse constante*).

Au point de vue cytologique, les Phasmes parthénogénétiques présentent des formules chromosomiques de trois types : haploïde, diploïde ou polyploïde.

Dans le cas d'*haploïdie*, les cellules somatiques possèdent la moitié, ou la moitié moins un du nombre normal des chromosomes. Cette haploïdie est partielle : très tôt, aux cellules haploïdes sont associées, chez l'embryon, des cellules diploïdes; elle est transitoire, faisant place à une diploïdie pure dès les premières générations; elle est exceptionnelle et n'a été rencontrée jusqu'ici, que dans le genre *Menexenus*. Le taux des éclosions, faible au début, sans doute à cause de l'haploïdie partielle, s'élève dans la suite, mais ne dépasse guère 2 pour 100. Les larves des premières générations arrivent difficilement à maturité, peut-être pour la même raison. Il y a donc, dans ce cas, une haploïdie initiale (l'haploïdie permanente n'a pas été rencontrée), qui suffit à assurer le début du développement. Une régulation intervient, qui rétablit de bonne heure la diploïdie. C'est là un fait cytologiquement établi en faveur de l'idée émise par Vandel (³), que la parthénogenèse rudimentaire se transforme en une parthénogenèse accidentelle complète, lorsqu'un processus régulateur rétablit le nombre normal des chromosomes de l'espèce.

(¹) Séance du 5 novembre 1934.

(²) *Bull. Biol. France et Belgique*, 68, 1934, p. 109-166.

(³) *La Parthénogenèse*, 1931, p. 280.

Dans la parthénogenèse *diploïde*, les cellules somatiques ont théoriquement $2n$ chromosomes; en réalité, le nombre normal est quelquefois augmenté ou diminué d'une ou plusieurs unités. Le taux des éclosions dépend du nombre des chromosomes de l'espèce : très faible chez les espèces à formules pauvres en éléments, il peut atteindre, chez les autres, 40 et même 50 pour 100 (*Phobaeticus*). Les larves de la première catégorie sont difficiles à élever; celles de la seconde parviennent aisément au stade d'imago. La diploïdie est fréquente chez les Phasmes à parthénogenèse constante; elle constitue tous les cas connus jusqu'ici de parthénogenèse facultative; les races qui lui doivent leur origine se distinguent en général par leur stabilité.

La parthénogenèse *polyploïde* est caractérisée par une formule chromosomique dont le coefficient est souvent élevé et le nombre des éléments presque toujours instable. La polyploïdie n'est pas liée à la fécondation : des cellules polyploïdes se rencontrent dès le début du développement et peuvent coexister, chez l'embryon, avec des cellules diploïdes, ou même haploïdes. Le taux des éclosions, dans la parthénogenèse polyploïde, est voisin de celui des espèces bisexuées. Les larves parcourent sans difficulté tous les stades de la vie larvaire, et l'insecte parfait se reproduit normalement. La parthénogenèse polyploïde est, semble-t-il, la plus commune chez les Phasmes à parthénogenèse constante; les races auxquelles elle donne naissance sont remarquables par leur vigueur, mais aussi par l'instabilité de leurs caractères.

Ces diverses formes de parthénogenèse sont thélytoques; l'apparition des mâles, toujours rare, a lieu en dehors de toute fécondation. Les mâles, à cause de leur origine même, sont rarement des mâles purs, et s'ils peuvent s'accoupler, l'accouplement n'est pas suivi de fécondation.

La présence ou l'absence de mâles ne joue aucun rôle dans l'apparition de la parthénogenèse. Une race parthénogénétique, isolée ou non de la lignée bisexuée, doit son origine première à la constitution cytologique de l'œuf normal de l'espèce.

TÉRATOGENÈSE. — *Sur une méthode tératogénique directe.* Note (1)
de MM. **Paul Ancel** et **Etienne Wolff**, présentée par M. M. Caullery.

Les destructions localisées du blastoderme constituent une excellente méthode expérimentale embryologique et tératologique, mais à la condition expresse de parfaitement localiser les lésions. C'est ainsi qu'on a été amené à abandonner les moyens mécaniques de destruction, pour faire appel aux rayons X, au radium et aux rayons ultraviolets. Certains auteurs ont cru pouvoir délimiter d'une façon suffisamment précise un territoire blastodermique à irradier, en interposant un écran entre la source des rayons et l'objet, cette technique est cependant tout à fait insuffisante, car il existe toujours une zone importante de pénombre et sa valeur est encore diminuée par la production de rayons secondaires.

Les irradiations effectuées avec une aiguille de radium ne constituent pas un progrès sur cette technique, car la lésion produite est loin de se localiser au voisinage immédiat de la pointe de l'aiguille, même quand celle-ci est très rapprochée de la partie à détruire, et, à plus forte raison, quand le rayonnement est filtré.

Les auteurs ne paraissent pas s'être rendu compte de l'importance de ces phénomènes secondaires; il est cependant de toute nécessité que les parties voisines du point visé soient parfaitement protégées, surtout lorsque les irradiations portent sur les jeunes stades du développement (ligne primitive et prolongement céphalique). A cette époque, en effet, les diverses ébauches sont très rapprochées les unes des autres; aussi n'est-il pas possible, sans une très grande précision dans la localisation des lésions, de tirer des conclusions valables d'une expérience. C'est ainsi que, pensant ne léser qu'un point bien déterminé du blastoderme, on est amené à attribuer toutes les malformations observées dans la suite du développement à la destruction de ce point, alors qu'on a atteint les ébauches voisines, ou à conclure à des localisations d'ébauches qui n'existent pas. Il s'ensuit qu'une méthode susceptible de faire progresser activement l'embryologie et la tératologie causale retarde au contraire leur évolution, en apportant des données inexactes, dues à l'imprécision de la technique.

Ces réflexions nous ont incités à la transformer et à réaliser un dispositif

(1) Séance du 5 novembre 1934.

permettant : 1° de définir très correctement un très mince faisceau de rayons parallèles, et 2° de diriger exactement ce faisceau sur le point à irradier.

Nous utilisons une source de rayons X assez intense, pour une surface d'émission aussi réduite que possible. A partir de cette source, nous définissons un faisceau de rayons parallèles, au moyen de cylindres en plomb aussi longs que possible et percés le long de leur grand axe d'un conduit circulaire de 2^{mm} à $0^{mm},3$ de diamètre suivant les cylindres. Le centrage des cylindres, sur l'anticathode d'une part et sur le territoire à irradier d'autre part, s'effectue par un procédé optique. On envoie, au moyen d'une très forte lampe, un faisceau lumineux délimité par le conduit en plomb. On centre l'anticathode sur ce faisceau lumineux. Ceci effectué, on fait parcourir au faisceau lumineux le chemin inverse dans la conduite en plomb et on centre le territoire à irradier sur ce deuxième faisceau. L'anticathode occupant toujours la même place, le centrage de l'irradiation est parfaitement réalisé. En pratique, pour ne pas être obligés de faire durer trop longtemps les irradiations, nous nous sommes arrêtés pour les cylindres à la hauteur de 5^{cm} et nous amenons le cylindre aussi près que possible du germe. Dans ces conditions, la zone de pénombre est très réduite et permet encore un travail d'une grande précision pour les recherches que nous avons entreprises jusqu'à ce jour.

Si l'on veut léser non plus une région circulaire, mais une région ayant une forme quelconque, il faut utiliser supplémentairement des écrans; ceux dont nous nous servons sont en plomb et ont une épaisseur de 1^{mm}. Ils sont placés sur le trajet du faisceau aussi près que possible du blastoderme. Ces écrans n'ont plus les inconvénients de ceux communément employés, parce qu'ils sont interposés entre l'objet et une source de rayons parallèles.

Cette technique permet de ne léser qu'un point très localisé du germe, de l'atteindre à coup sûr dans toutes les expériences et, corrélativement, d'obtenir des résultats très précis : elle a permis à l'un de nous [1] de réaliser à volonté, sur l'œuf de Poule, les principales monstruosités qu'on rencontre spontanément dans la nature, résultat que personne jusqu'ici n'avait encore obtenu.

---

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **112**, 1933, p. 801, et **116**, 1934, p. 780; *Arch. d'Anat., d'Histol. et d'Embryol.*, **18**, 1934, p. 145-168 et 229-262.

PROTOZOOLOGIE. — *Évolution d'un hématozoaire du Gecko* (Leishmania tarentolæ) *chez un moucheron piqueur, du groupe des phlébotomes* (Phlebotomus minutus). Note de M. **Louis Parrot**, présentée par M. F. Mesnil.

On ignore encore le mode de propagation de *Leishmania tarentolæ* Wenyon, 1921, Protozoaire sanguicole de la famille des Trypanosomides, découvert par Edm. et Ét. Sergent, G. Lemaire et G. Senevet, en 1914, qui parasite assez fréquemment les geckos ou tarentes (*Tarentola mauritanica* L.) des régions prédésertiques de l'Algérie et de la Tunisie. Par analogie avec les maladies de l'homme causées par d'autres *Leishmania*, le bouton d'Orient par exemple, il y a lieu de soupçonner certains moucherons piqueurs et suceurs de sang, les Phlébotomes, comme *Phlebotomus minutus* Rondani, qui se nourrissent électivement aux dépens de ces Lézards, de transmettre l'infection de gecko à gecko. Enfin les geckos étant insectivores, on peut se demander si la transmission de *Leishmania tarentolæ* résulte de l'inoculation active du parasite par la piqûre de l'insecte ou de la simple ingestion, par le gecko, de Phlébotomes infectés.

Afin de vérifier ces hypothèses, nous avons, depuis 1921, recherché *Leishmania tarentolæ*, d'une part dans l'organisme de Phlébotomes récoltés à Biskra, et, d'autre part, tenté d'infecter des *Phlebotomus minutus* en les nourrissant sur des geckos de la même localité.

L'examen de 500 Phlébotomes environ (dont 450 *P. minutus*), pris dans la nature, et de 78 *P. minutus* qui avaient piqué, depuis 6 à 96 heures, au laboratoire, 5 geckos différents, non infectés, a été négatif. En revanche, la dissection, dans les mêmes conditions de temps et de lieu, de 38 *P. minutus* nourris sur un gecko infecté, nous a permis de faire les constatations positives suivantes :

1° *Leishmania tarentolæ* évolue et se multiplie abondamment, sous la forme flagellée (*Leptomonas*), dans l'intestin moyen (estomac) du Phlébotome au cours des 48 premières heures suivant le repas sanguin infectant.

2° Les formes flagellées, d'abord en grain d'orge, puis longues et grêles (jusqu'à 20^{μ} de longueur), sont toujours intimement et uniformément mélangées à la masse sanguine alimentaire. Elles ne marquent aucune tendance à envahir les parties antérieures du tube digestif de l'insecte, contrairement à ce que l'on observe avec les *Leishmania* du bouton d'Orient et du kala-azar.

3° Les formes flagellées n'existent dans le tube digestif du Phlébotome qu'autant que celui-ci contient du sang. Tout se passe comme si les *Leptomonas* étaient expulsés avec les matières fécales, la digestion terminée. La proportion des individus infectés a été, en effet, de 7 sur 16 parmi les *P. minutus* encore en cours de digestion, et de 0 sur 22 parmi ceux dont ni l'estomac ni l'intestin postérieur ne contenaient plus trace de sang. De fait, nous avons pu retrouver des flagellés, encore très reconnaissables, dans les matières fécales déposées par les Phlébotomes sur les parois des tubes de verre où ils avaient été conservés.

4° Deux fois, nous avons vu des *Leptomonas* morts dans l'intestin postérieur. Il semble donc que les parasites succombent avant d'être expulsés.

Cette évolution de *Leishmania tarentolæ* dans l'organisme de *P. minutus* rappelle celle de *Leishmania ceramodactyli*, parasité d'un autre Lézard, observée par S. Adler et O. Theodor chez *Phlebotomus papatasi*. N'intéressant que les parties moyenne et postérieure du tube digestif de l'insecte, elle paraît exclure la transmission de l'infection de gecko à gecko par piqûre, et légitimer l'hypothèse de la transmission par ingestion.

PATHOLOGIE. — *Sur la prémunition de l'entérite paratuberculeuse des bovidés.* Note de MM. **Henri Vallée**, **Paul Rinjard** et **Maurice Vallée**, présentée par M. E. Leclainche.

L'entérite dite paratuberculeuse représente le dernier terme d'une infection mortelle à évolution lente, insidieuse et voilée, provoquée par un bacille paratuberculeux décrit par Johne et Frothinghan (1895) différencié du bacille de Koch par B. Bang (1906) et par E. Leclainche (1907), puis enfin cultivé par Twort et Ingram en 1913.

Nettement envahissante, cette infection sévit actuellement en nombre de nos départements. Les pertes qu'elle occasionne sont parfois considérables.

Dès 1922, H. Vallée et P. Rinjard envisagent pour la prévention de l'infection paratuberculeuse l'application de la méthode de prémunition de la tuberculose étudiée par l'un d'eux ([1]). A partir de 1925 leurs résultats expérimentaux les autorisaient à y recourir dans les troupeaux où évolue la maladie naturelle ([2]).

Tenant pour certaine l'innocuité de l'inoculation sous-cutanée du

---

([1]) H. Vallée, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 152.

([2]) H. Vallée et Rinjard, *Rev. gén. de Médecine vétérinaire*, 35, 1926, p. 1-10.

bacille de Johne, même non atténué, Vallée et Rinjard utilisent comme vaccin une suspension de 5 à 10^{mg} de culture vivante de ce microbe non modifié, dans un excipient irrésorbable (huile de vaseline et grès porphyrisé).

Un noyau de réaction inflammatoire apparaît au point d'inoculation et petit-à-petit se constitue sur place une lésion de consistance scléreuse, lésion froide, insensible qui conserve tous ses caractères durant un temps fort long. Tant que persistera un tel foyer infectieux l'organisme, en principe et à l'exemple de celui du tuberculeux, devra se montrer prémuni, c'est-à-dire inapte à une surinfection dans les conditions naturelles de la contagion. Par conséquent, en fait, il se trouve vacciné contre la maladie.

Nous apportons ici les résultats obtenus de l'application de cette méthode de prévention de 1925 à ce jour, dans nombre d'exploitations dévastées par la maladie.

Une première notion se dégage avec évidence de l'ensemble des faits observés : celle de l'innocuité incontestable de la méthode. Le chiffre régulièrement croissant des prémunitions effectuées et la fidélité des éleveurs intéressés qui, chaque année, réclament le renouvellement de l'opération le montrent nettement. C'est ainsi que le chiffre annuel des prémunitions est passé de 803 en 1929 et 3158 en 1931, à 9678 en 1933 et à 12 866 pour les 5 premiers mois de 1934. Au total, 35341 animaux ont été prémunis sans que nos confrères opérateurs aient relevé un seul incident qui mérite de fixer l'attention.

Chez les animaux encore indemnes de toute contamination, les suites opératoires sont celles décrites par nous-mêmes dans notre premier travail. Le foyer réactionnel créé au point de prémunition persiste en pleine activité durant un an en moyenne, parfois pendant 8 mois seulement, tantôt durant 2 ans et exceptionnellement pendant 6 ans. Son activité est la raison même de la résistance conférée.

Si la prémunition est mise en œuvre non point, comme nous le demandons, chez des animaux rigoureusement indemnes de toute infection, mais chez des sujets contaminés, en période d'invasion, la disparition du foyer de protection survient par résorption progressive en 2 ou 3 mois, ou brutalement, par expulsion, à la manière d'un véritable « phénomène de Koch ».

A l'appui de l'efficacité de la prémunition, que tous les opérateurs admettent, à défaut d'une statistique globale qu'il est difficile d'établir dans les conditions de l'exploitation rurale, nous citerons les faits suivants qui ont été rigoureusement contrôlés.

Si nous nous en rapportons aux résultats arrêtés au 31 décembre 1932, l'efficacité du procédé s'est montrée *absolue* dans 133 fermes gravement infectées, groupant 5650 têtes, et partielle seulement sur un total de 800 têtes rassemblées en 20 exploitations diverses qui n'ont pu, comme les précédentes, être totalement épurées. Les quelques cas de la maladie ici constatés l'ont tous été chez des sujets qui n'étaient plus prémunis (nodule vaccinal disparu par résorption ou abcédation), ou chez lesquels l'intervention avait eu lieu alors qu'ils étaient déjà contaminés. En cette situation, nous le savons, ils ne réaliseront pas ou élimineront hâtivement leur noyau de prémunition.

Nous concluons de notre longue expérimentation que la prémunition de l'entérite paratuberculeuse, par inoculation sous-cutanée du bacille même qui la détermine, est à la fois inoffensive et efficace. Il convient donc d'utiliser ce moyen dans la lutte contre la maladie, conjointement avec le sacrifice hâtif des malades qui tarit la source essentielle de la contagion.

A $15^h 45^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

E. P.

ERRATA.

—

(Séance du 29 octobre 1934.)

Hommage fait par M. *Maurice d'Ocagne* d'une brochure relatant la remise de la croix de la Légion d'honneur à l'École nationale des Ponts et Chaussées :

Page 816, ligne 8 en remontant, *au lieu de* 1805 à 1810, *lire* 1810 à 1813.

(Cet erratum tient à une faute de transcription. La période 1805 à 1810 est celle pendant laquelle Cauchy a été élève d'abord à l'École Polytechnique, puis à l'École des Ponts et Chaussées.)